

Abgabe: 03.06. vor der Übung

6. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie 1

(Erwartungswerte, charakteristische Funktion, Erzeugendenfunktion)

Hausaufgaben**1. Aufgabe**

(8 Punkte)

Es sei X eine Poisson-verteilte Zufallsgröße mit Parameter $\lambda > 0$, Y eine exponentialverteilte Zufallsgröße mit Parameter λ und $Z := e^Y$. Man berechne jeweils sowohl explizit als auch (wo möglich) über die Erzeugendenfunktion

- (a) den Erwartungswert und die Varianz von X ,
- (b) den Erwartungswert und die Varianz von Y ,
- (c) den Erwartungswert und die Varianz von Z

so diese existieren.

2. Aufgabe

(5 Punkte)

- (a) Es sei P die Gleichverteilung auf der Menge Ω der Permutationen von $\{1, \dots, n\}$. Für eine Permutation ω bezeichne $X(\omega)$ die Anzahl der Fixpunkte. Berechne den Erwartungswert EX und die Varianz $\text{Var}(X)$ von X .
- (b) Löse Aufgabe (a), falls P die Binomialverteilung mit den Parametern n , p auf Ω ist.

3. Aufgabe

(3 Punkte)

Zeigen Sie, dass jede charakteristische Funktion φ positiv semidefinit ist. Das heißt, dass für $t_1, \dots, t_n \in \mathbb{R}$ und $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in \mathbb{C}$ gilt, dass

$$\sum_{k,l=1}^n \lambda_k \bar{\lambda}_l \varphi(t_k - t_l) \geq 0.$$

4. Aufgabe

(4 Punkte)

Es seien X und Y unabhängige, identisch verteilte reelle Zufallsvariable mit stetiger Dichte f . Zeige, dass die Zufallsvariable

$$Z(\omega) = \begin{cases} \frac{X(\omega)}{Y(\omega)} & \text{falls } Y(\omega) \neq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

ebenfalls eine Dichte besitzt und berechne diese allgemein.

Auf Grund vielfachen Wunsches wurden einige der Sprechstunden näher an die nächste Übungsabgabe gelegt:

	Büro	Sprechzeit	Tel.	email
Prof. Dr. J. Gärtner	MA 775	Mi 12:15-14:00	314 25061	jg@math.tu-berlin.de
Alexander Drewitz	MA 763	Mi 14:45-16:15	314 23606	drewitz@math.tu-berlin.de
Moritz Biskamp	MA 849	Mo 8:30-10:00	-	biskamp@math.tu-berlin.de
Julia Storm	MA 849	Mi 16:00-17:30	-	storm@math.tu-berlin.de
Simon Wasserroth	MA 849	Mo 16:00-18:00	-	wroth@pool.math.tu-berlin.de

Gesamtpunktzahl: 20