Technische Universität Berlin **SS 2011**
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Dozent: Prof. Dr. M. Scheutzow
Assistent: M. Wilke Berenguer

Ausgabe: Mi 13.04.2011
Abgabe: Mi 20.04.2011

1. Übungsblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie 1“

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: Ereignis-σ-Algebra **5 Punkte**

(i) Es sei $\Omega = \{a, b, c, d\}$. Geben sie vier σ-Algebren auf Ω an und bestimmen sie, wie viele σ-Algebren es auf Ω gibt.

(ii) Von den drei Ereignissen A_1, A_2, $A_3 \subseteq \Omega$ tritt/treten

a) keines	b) mindestens eines	c) höchstens eines
d) genau eines	e) mindestens eines nicht	f) genau zwei

ein. Stellen Sie die Ereignisse in a) bis f) durch Mengenoperationen mit Hilfe von A_1, A_2, A_3 und Ω dar.

2. Hausaufgabe: **5 Punkte**
Es sei $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ ein Wahrscheinlichkeitsraum, $A, B \subseteq \Omega$ mit $\mathbb{P}(A) = 3/4$ und $\mathbb{P}(B) = 1/3$.

(i) Man zeige, dass $1/12 \leq \mathbb{P}(A \cap B) \leq 1/3$ gilt.

(ii) Man gebe einen Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ und Mengen $A, B \subseteq \Omega$ mit den obigen Eigenschaften an, bei denen die Grenzen in (i) erreicht werden.

3. Hausaufgabe: Würfelspiel **5 Punkte**
Galileo Galilei schrieb in *Sopra le scoperte dei dadi*, einer um 1620 entstandenen Untersuchung über das Würfelspiel, über das gleichzeitige Werfen von drei Würfeln:
“Obwohl 9 und 12 auf genau so viele Arten geworfen werden können wie 10 und 11 und deswegen als gleich wahrscheinlich betrachtet werden sollten, ist es trotzdem bekannt, dass lange Beobachtungen Würfelspieler dazu führten, die 10 und 11 als vorteilhafter einzuschätzen. Und es ist klar, dass 9 und 10 (ebenso wie 12 und 11) durch dieselbe Vielzahl von Kombinationen erreicht werden können: 9 durch 1.2.6, 1.3.5, 1.4.4, 2.2.5, 2.3.4, 3.3.3, was sechs Dreierkombinationen sind, und 10 durch 1.3.6, 1.4.5, 2.2.6, 2.3.5, 2.4.4, 3.3.4 und durch keine andere Kombination, was ebenso sechs Dreierkombinationen sind.”
Man erkläre, warum die 10 von erfahrenen Würfelspielern dennoch als wahrscheinlicher eingestuft wird. Geben Sie hierzu einen sinnvollen Wahrscheinlichkeitsraum an.

4. Hausaufgabe: Sammelfieber **5 Punkte**

Jede Packung Corn-Flakes enthält als Plastikfigur jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/5 einen der letzten fünf TU Präsidenten. Zeige, dass beim Kauf von 6 Packungen die Wahrscheinlichkeit, jeden der drei letzten Präsidenten mindestens ein Mal als Sammelfigur zu erhalten genau

$$1 - 3\left(\frac{4}{5}\right)^6 + 3\left(\frac{3}{5}\right)^6 - \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

beträgt.