Technische Universität Berlin **SS99**
Fachbereich Mathematik
Sekr. MA 6-1 / Frau Marcus

Dr. Michael Joswig

Olaf Jahn
Matthias Müller, André Opitz

5. Übung zur Computerorientierten Mathematik II

Abgabe: 27.05.1999 (vor der Übung)

15. Aufgabe (1 + 3 Punkte)
Was ist der optimale Huffman-Code für die folgende Eingabe (Buchstabe:Häufigkeit)?

$$a:1 \quad b:1 \quad c:2 \quad d:3 \quad e:5 \quad f:8 \quad g:13 \quad h:21$$

Die hier benutzten Häufigkeiten sind gerade die ersten acht Fibonacci-Zahlen. Verallgemeinert Eure Antwort, indem Ihr einen optimalen Präfixcode für die ersten n Fibonacci-Zahlen angebt (mit Beweis!).

16. Aufgabe (1 Punkt)
Sei K einen optimaler Code für eine Datei F. Beweist folgende Aussage: Wenn man die Zeichen nichtaufsteigend nach Ihren Häufigkeiten $f(c_i)$ anordnet, also

$$f(c_1) \geq f(c_2) \geq \ldots \geq f(c_m),$$

dann sind die entsprechenden Codewörter der Längen $d_K(c_i)$ nach nichtabsteigend sortiert, d. h.

$$d_K(c_1) \leq d_K(c_2) \leq \ldots \leq d_K(c_m).$$

17. Aufgabe (5 Punkte)
Sei F eine Datei mit acht Bit pro Zeichen, in der jedes der 256 möglichen Zeichen $c_0, c_1, \ldots, c_{255}$ mindestens einmal vorkommt. Seien $m := \min\{f(c_i) | \; i = 0, \ldots, 255\}$ und $M := \max\{f(c_i) | \; i = 0, \ldots, 255\}$ die minimale und maximale auftretende Häufigkeit. Für F gelte $M \leq 2m$.

Zeigt, daß in diesem Fall eine Präfix-Kodierung von F nicht kürzer sein kann als eine feste 8-Bit-Kodierung.

18. Aufgabe (5 Punkte)
Sei $\mathcal{T}(n)$ die Menge aller binären Bäume mit n Knoten. Die Knoten sind alle ununterscheidbar, d. h. es kommt nur auf die Struktur der Bäume an. Zeigt, daß es für je zwei Bäume $T, T' \in \mathcal{T}(n)$ eine Folge $T_1, T_2, \ldots, T_k \in \mathcal{T}(n)$ gibt mit $T_1 = T$ und $T_k = T'$, so daß T_i durch folgende Operation in T_{i+1} überführt werden kann: Entferne eine Kante aus T_i und füge eine neue (zulässige) Kante hinzu, um T_{i+1} zu erhalten.

Tip: Zeigt, wie man aus T einen besonders einfachen speziellen binären Baum machen kann. Wieso ist das hilfreich?