Technische Universität Berlin **SS99**
Fachbereich Mathematik
Sekr. MA 6-1 / Frau Marcus

Dr. Michael Joswig

Olaf Jahn
Matthias Müller, André Opitz

9. Übung zur Computerorientierten Mathematik II

Abgabe: 24.06.1999 (vor der Übung)

33. Aufgabe (3 Punkte)

Betrachtet das Spiel Nim für zwei Spieler A und B in einer Einfachversion: Gegeben sind zwei Mengen von Streichhölzern M_1, M_2, in denen sich zu Spielbeginn jeweils zwei Streichhölzer befinden. Die Spieler ziehen abwechselnd Streichhölzer wie folgt: Der Spieler, der am Zug ist, wählt sich eine der beiden Mengen aus, in der noch mindestens ein Streichholz vorhanden ist, und zieht aus ihr *mindestens* ein Streichholz. Anschließend ist der andere Spieler dran. Wer den letzten Streichholz ziehen muß, hat verloren. A beginnt mit dem Spiel.

Malt den kompletten Spielbaum für Nim auf und entscheidet (Begründung!) mit seiner Hilfe, für welchen der beiden Spieler eine Gewinnstrategie existiert und wie sie aussieht.

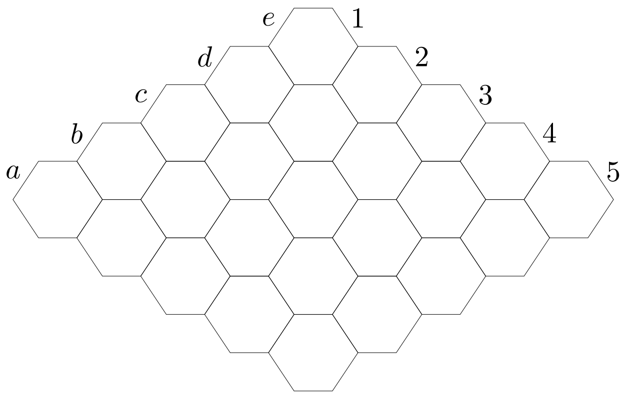
34. Aufgabe (2 Punkte)

Zwei Spieler spielen folgendes Spiel an einem *runden* Tisch: Beide Spieler legen abwechselnd jeweils eine runde Münze an eine beliebige freie Stelle des Tischs. Münzen dürfen sich dabei nicht überlappen und sind alle gleich groß. Wer zuerst keine Münze mehr legen kann (weil für sie kein Platz mehr vorhanden ist), hat verloren. Der Münzvorrat beider Spieler ist unbegrenzt. Gelegte Münzen dürfen nicht verschoben werden.

Gebt für einen der beiden Spieler (welchen?) eine Gewinnstrategie an, mit Begründung natürlich.

35. Aufgabe (5 Punkte)

Betrachtet das Spiel Hex auf einem 5×5-Feld. Beide Spieler A und B markieren abwechselnd ein beliebiges unmarkiertes Feld mit ihrem Zeichen. Spieler A hat genau dann gewonnen, wenn er mit „seinen" Feldern einen Weg von irgendeinem Feld der Zeile a zu irgendeinem der Zeile e konstruiert hat, bevor B mit seinen eigenen Feldern entsprechend einen Weg von Spalte 1 nach Spalte 5 fertigstellt.



Man beachte, daß Zeilen und Spalten „diagonal" verlaufen. Untersucht, für welchen Spieler eine Gewinnstrategie existiert, und gebt sie an.

36. Aufgabe (1 + 3 Punkte)

Kinder spielen gerne das PAPIER-STEIN-SCHERE-SPIEL: Beide Mitspieler entscheiden sich gleichzeitig jeweils geheim für ein Ding aus der Menge $\{\text{Stein}, \text{Schere}, \text{Papier}\}$. Dann machen beide Ihre Wahl per Handzeichen deutlich und werten aus, wer gewonnen hat: Haben sich beide für das gleiche Ding entschieden, gewinnt keiner, ansonsten siegt

- Schere über Papier,
- Papier über Stein und
- Stein über Schere.

Formuliert dieses Spiel als Matrixspiel, wobei ein Sieg mit 1, eine Niederlage mit -1 und ein Remis mit 0 gewertet wird. Hat dieses Spiel einen Sattelpunkt bei Anwendung reiner Strategien?

Zeigt, daß gilt, was Ihr als Kinder immer vermutet habt, nämlich daß der *Wert* von PAPIER-STEIN-SCHERE, also das erwartete Ergebnis bei optimalen gemischten Strategien, gerade 0 ist, also kein Spieler eine gemischte Strategie finden kann, die ihm „im Schnitt“ den Sieg verspricht. Tip für eine Beweismöglichkeit: Zeigt zunächst, daß das *erwartete* Spielergebnis immer 0 ist, wenn beide Spieler die gleiche (gemischte) Strategie spielen. Folgert dann weiter mit Hilfe des Hauptsatzes für Matrixspiele.