

HÖHERE MATHEMATIK II für E-TECHNIKER

13. Übungsblatt

Aufgabe 1 \ddot{U} Berechnen Sie den Flächeninhalt desjenigen Teils der Halbkugeloberfläche $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$, der in dem zur z -Achse parallelen Zylinder $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ liegt.

Aufgabe 2 \ddot{U} Man berechne den Fluss $\iint_F \vec{v} d\vec{O}$ des Vektorfeldes $\vec{v}(x, y, z) = (2z, x + y, 0)^T$ durch das Flächenstück F der Ebene $x + 2y + 3z = 4$, welches im ersten Oktanten liegt (zu der Seite hin, die nicht den Nullpunkt enthält).

Aufgabe 3 T Ein Kegel der Höhe h entstehe, indem man die Gerade $y = ax$ ($a > 0$) um die x -Achse rotieren lässt.

- i) Parametrisieren Sie die Mantelfläche des Kegels.
- ii) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche direkt.
- iii) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche mit der Formel für Rotationsflächen.

H Wie groß ist der Flächeninhalt desjenigen Teils des Paraboloids $z = x^2 + y^2$, der zwischen den Ebenen $z = 0$ und $z = 4$ liegt? 3 Punkte

Aufgabe 4 T Es seien gegeben die Fläche S (wie sieht die aus?) mit der Parametrisierung

$$\Phi(u, v) = \begin{pmatrix} u \cos v \\ u \sin v \\ v \end{pmatrix} \quad 0 \leq u \leq 1$$

und das Vektorfeld $\vec{F}(x, y, z) = (y, -x, 0)^T$. Man berechne das Flussintegral $\iint_S \vec{F} d\vec{O}$!

H Man berechne den Fluss $\iint_S \vec{v} d\vec{O}$ des Vektorfeldes $\vec{v}(x, y, z) = (2z, x + y, 0)^T$ durch die Sphäre $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ von innen nach außen! 3 Punkte

Aufgabe 5 Entwickeln Sie die 2π -periodische Funktion f mit

$$f(x) = x^2 + \cos 2x \quad \text{für } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$$

in eine Fourierreihe!

Aufgabe 6 Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^0 \frac{1}{\sinh x \cdot \cosh x} dx$!

Aufgabe 7 Berechnen Sie das Integral $\int_{2+\sqrt{3}}^{\infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 7} dx$!

Aufgabe 8 Finden Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f(x, y) = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ in dem abgeschlossenen Quadrat mit den Ecken $(0, 0)$, $(\pi/2, 0)$, $(\pi/2, \pi/2)$ und $(0, \pi/2)$!

Aufgabe 9 Berechnen Sie den Abstand des Punktes $(0, 0, 1)$ von der Fläche $z = x^3 + y^2$!

Aufgabe 10 Berechnen Sie das Integral

$$\int_{w(t)} \begin{pmatrix} e^x + ye^{-xy} \\ xe^{-xy} + z \\ y \end{pmatrix} \vec{ds} \text{ längs der Kurve } w(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} \quad 0 \leq t \leq 1$$

Ist das gegebene Feld ein Potentialfeld? Berechnen Sie gegebenenfalls ein Potential und eine Stammfunktion!

Aufgabe 11 Sei Z der Zylinder $x^2 + y^2 \leq 4$, $-1 \leq z \leq 1$. Berechnen Sie das Integral $\iiint_Z ze^{x^2+y^2} dx dy dz$.

KLAUSUR
am Mittwoch, dem 19.7.2000
von 14.00 bis 15.50 Uhr
im Audimax (H 105)

Abgabe am Freitag, dem 14. 7. 00 in der Vorlesung.