

## Numerische Mathematik I für Ing. – Übung 5 –

**Theoretische Aufgaben: (Abgabe im jeweiligen Tutorium, 23.-25. Mai)**

**1. Aufgabe:** (2 P.)

Gegeben seien die Stützpunkte  $(x_0, y_0) = (1, 0)$ ,  $(x_1, y_1) = (2, \ln 2)$  und  $(x_2, y_2) = (3, \ln 3)$ . Berechne mit der Methode der Lagrange-Polynome das Interpolationspolynom  $p$  vom Grade 2, für das

$$p(x_i) = y_i \quad , \quad i = 0, 1, 2$$

gilt.

**2. Aufgabe:** (2+4 P.)

Die Funktion  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  soll im Intervall  $[0,1]$  durch ein Polynom 2. Grades durch die Stützstellen  $x_0 = 0$ ,  $x_1 = 0.5$  und  $x_2 = 1.0$  interpoliert werden.

(a) Gib das Interpolationspolynom  $p$  in Newton'scher Darstellung an.

(b) Gib eine Abschätzung des Fehlers an der Stelle  $x = 0.8$  mit Hilfe des Satzes aus der VL an und vergleiche den tatsächlichen Fehler mit dieser Abschätzung. Interpretiere das Ergebnis.

**3. Aufgabe:** (4 P.)

Im Jahrbuch der Wissenschaften gibt es eine Tabelle über die Länge des Tages bei verschiedenen Jahreszeiten an einigen Orten. Am 21. Juni ist die Länge des Tages

	Polhöhe	Tageslänge
Lund	55.7°	17h 28m
Göteborg	57.7°	18h
Stockholm	59.3°	18h 31m
Härnösand	62.6°	19h 56m
Lulea	65.6°	22h 34m

Berechne mit dem Algorithmus von Neville-Aitken die Tageslänge am 21. Juni in Hudiksvall, das auf 61.7° liegt.

**4. Aufgabe:** (4 P.)

Interpoliere  $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$  durch ein Polynom  $p$  so, dass gilt:

$$p(0) = f(0), p'(0) = f'(0), p(1) = f(1), p'(1) = f'(1).$$

**Programmieraufgaben: (Abgabe per email bis zum 1. Juni) (16 P.)**

- Schreibe eine Funktion, die zu gegebenen Vektoren  $(x_i)_{i=0,\dots,n}$  von Stützstellen und  $(f_i)_{i=0,\dots,n}$  von Funktionswerten die dividierten Differenzen in einem Vektor  $\gamma$  zurückgibt.
- Schreibe eine Funktion, die zu einem gegebenen Vektor  $\gamma$ , der die dividierten Differenzen enthält, das Newton'sche Interpolationspolynom mit dem Horner'schema an einer gegebenen Stelle  $x$  auswertet.
- Teste das Programm an der Funktion  $f(x) = \frac{1}{25x^2 + 1}$  für das Polynom vom Grad  $n = 12$  mit äquidistanten Stützstellen im Intervall  $[-1, 1]$ .
- Plote das Ergebnis der Interpolation und die Funktion selbst in *einem Plot*, jeweils mit 100 Punkten auf der  $x$ -Achse. Plote dazu in demselben Bild die Stützstellen. Hinweis: Mit `plot(x,f,'o')` plottet MATLAB die Paare  $(x_i, f_i)$  als kleine Kreise, mit `plot(x,f,'x')` als kleine Kreuze. Dies eignet sich gut für die Darstellung der Stützstellen.

Die Dateien müssen **als Anhänge/Attachments per email** an den **Betreuer des jeweiligen Tutoriums** geschickt werden. Betreuer sind