

Numerische Mathematik I für Ing. – Übung 6 –

Theoretische Aufgaben: (Abgabe im jeweiligen Tutorium, 30. Mai - 1. Juni)

1. **Aufgabe:** (1+5 P.)

Gegeben seien die Wertepaare $\{(x_i, f_i)\}_{i=0,\dots,2} = \{(0, 1), (1, 2), (2, 0)\}$.

- Zeichne den interpolierenden linearen Spline.
- Bestimme explizit den interpolierenden kubischen Spline mit natürlichen Randbedingungen (d.h. Bedingung (4.39) aus dem Skript ist an den Rändern erfüllt).

2. **Aufgabe:** (5 P.)

Berechne Näherungswerte für die erste Ableitung der Funktion $f(x) = e^{-x}$ an der Stelle $x = 0.4$ mit dem vorwärtsgenommenen Differenzenquotienten

$$Df(x) := \frac{1}{h}[f(x+h) - f(x)]$$

und den Schrittweiten $h_0 = 0.2, h_1 = 0.1, h_2 = 0.05$. Rechne auf vier Stellen genau. Extrapoliere dann den Wert für die Schrittweite $h = 0$. Vergleiche mit dem exakten Wert der Ableitung.

3. **Aufgabe:** (5 P.)

Sei p_2 das Interpolationspolynom zu einer gegebenen Funktion f und den Stützstellen $\hat{x} - h, \hat{x}, \hat{x} + h$. Welche Formel ergibt sich, wenn man $f'(\hat{x})$ durch $p_2'(\hat{x})$ approximiert?

Programmieraufgaben: (Abgabe per email bis zum 8. Juni)

1. **Aufgabe:** (8 P.)

- Löse die Programmieraufgabe vom 5. Übungsblatt, aber diesmal mit MATLABs Interpolationsfunktion `interp1`, und zwar einmal stückweise linear und einmal als kubischer Spline (vgl. `help interp1`). Wieder seien 13 Stützstellen vorgegeben, und die Interpolierenden sollen mit 100 (oder 101) Punkten auf der x-Achse ausgegeben werden.
- Ausgabe: Für jede der beiden Interpolierenden ein Plot mit der Interpolierenden, der Funktion selbst in verschiedenen Farben (!!!) und den Stützstellen wie bei der letzten Programmieraufgabe als kleine Kreise oder Kreuze. Beide Plots sollen mit dem `subplot`-Befehl über- oder nebeneinander zu sehen sein. Hinweis: Farbige Plots erhält man mit `plot(x,y,'r')` für rot, `'y'` für gelb (yellow) etc.
- Vergleiche mit dem Ergebnis der Programmieraufgabe vom 5. Übungsblatt.

2. **Aufgabe:** (8 P.)

- Erzeuge mit der Funktion $f(x) = \sin(x) + 0.1(\sin 5x + \cos 20x)$ einen Datensatz $(x_i, f_i), i = 0, \dots, N - 1$ mit äquidistanten Stützstellen $x_i \in [0, 2\pi]$ und $N = 128$.
- Führe mit der in MATLAB vorhandenen Funktion eine schnelle Fouriertransformation (FFT) durch.
- Baue einen einfachen Filter, der nur niedrige Frequenzen passieren lässt, d.h. alle Fourierkoeffizienten β_i mit Index $i > M$ werden gleich Null gesetzt. Wähle $M = 5$.
- Benutze die *reelle* Rücktransformation, die auf der Homepage dieser Veranstaltung als Funktionsdatei `ifft_real.m` zum Herunterladen bereitsteht, und stelle den ursprünglichen Datensatz und den geglätteten in einem Plot dar.

Die MATLAB-Skriptdatei muss **als Anhang/Attachement per email** an den **Betreuer des jeweiligen Tutoriums** geschickt werden. Betreuer sind