SS 2001
Prof. Volker Mehrmann
Thomas Slawig

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

Numerische Mathematik I für Ing.

– Übung 7 –

Theoretische Aufgaben: (Abgabe im jeweiligen Tutorium, 6.-8. Juni)

1. **Aufgabe:** (3 P.)
MATLAB hat eingebaute Löser für gewöhnliche Differentialgleichungen (ordinary differential equations - ODEs), u.a. zwei eingebettete explizite Runge-Kutta-Verfahren der Ordnungen zwei und drei (`ode23`) und der Ordnungen vier und fünf (`ode45`). Unter `/usr/local/matlab/toolbox/matlab/funfun` findet man die Quelldateien dieser beiden Routinen. Das Butcher-Diagramm des Verfahrens `ode45` ist im Skript abgedruckt. Welches ist es (Seite oder Name)?

2. **Aufgabe:** (4 P.)
Berechne die Kondition der Matrix
$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & -0.8 \\ 0.8 & 0.6 \end{pmatrix}$$
bezüglich der Normen $\|\cdot\|_\infty$ (Zeilensummen-), $\|\cdot\|_1$ (Spaltensummen-) und $\|\cdot\|_2$ (Spektralnorm).

3. **Aufgabe:** (6 P.)
Berechne die LR-Zerlegung (ohne Zeilenvertauschungen) der Matrix
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 9 & -3 \\ -2 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$
Gib die Matrizen L und R explizit an. Löse mit Hilfe der LR-Zerlegung das Gleichungssystem $Ax = b$ mit $b = (2, 8, 10)^T$.

4. **Aufgabe:** (3 P.)
Gib eine nichtsinguläre (d.h. invertierbare) 3×3-Matrix an, bei der der Gaußalgorithmus ohne Pivotsuche versagt.

Programmieraufgaben: (Abgabe per email bis zum 15. Juni)

1. **Aufgabe:** (10 P.)
   - Löse die Programmieraufgabe vom 4.Übungsblatt, aber diesmal mit einem der MATLAB Löser `ode23` oder `ode45`. Die Syntax ist
   $$[\mathtt{t},\mathtt{u}] = \mathtt{ode23}('\mathtt{F}', \mathtt{tspan}, \mathtt{u0}, \mathtt{options})$$
   und analog für `ode45`. Dabei ist `tspan` ein Zeilenvektor mit Anfangs- und Endzeit. Beachte: Für diese Routinen muss die Funktion `F` einen *Spalten*vektor liefern. Optionen setzt man im `options`-Parameter mit
   $$\mathtt{options} = \mathtt{odeset}('\mathtt{RelTol}', \mathtt{1e}-4)$$
   oder
   $$\mathtt{options} = \mathtt{odeset}('\mathtt{AbsTol}', [\mathtt{1e}-4, \mathtt{1e}-4, \mathtt{1e}-5])$$
   vgl. `help ode23` bzw. `help ode45`.
   - Setze absolute oder relative Toleranz so, dass die periodische Lösung wiederum gut gefunden wird.
   - Vergleiche bei dem gewählten Verfahren und beim Eulerverfahren vom 4. Übungsblatt die Anzahl der benötigten Zeitschritte (Länge des Vektors `t`), die Anzahl der Rechenoperationen und die Rechenzeit.
   Hinweis: Mit dem Befehl `flops` kann man die Gleitkommaoperationen (engl.: floating point operations) zählen. Dazu setzt man mit `flops(0)` zuerst den Zähler auf Null, führt dann die Operationen durch und fragt anschließend mit `flops` den aktuellen Zählerstand ab.
   Für die Rechenzeit benutzt man `s=cputime` vorher und hinterher `s=cputime-s`.

2. **Aufgabe:** (6 P.)
MATLAB hat eine eingebaute Funktion zur LR-Zerlegung `[L,R]=lu(A)` (`l` for lower (engl. untere), `u` für upper (obere) Matrix).
   - Gib die benötigten flops und die Rechenzeit bei der Berechnung der LR-Zerlegung einer Zufallsmatrix `A=rand(n)` für $n = 50, 100, 150, 200, 250$ aus und vergleiche mit dem im Skript angegebenen Wert.

Die MATLAB-Dateien müssen **als Anhänge/Attachements per email** an den **Betreuer des jeweiligen Tutoriums** geschickt werden. Betreuer sind

Thomas Slawig, email: `nm1-001@pool.math.tu-berlin.de`