Sommersemester 2002
Prof. Rolf-Dieter Grigorieff
Thomas Slawig

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

2. Übungsblatt – Numerische Mathematik I für Ing.

- Aufgaben für die Tutorien in der Woche vom 23.-26.4.02:
  Mit dem Computer betrechnen wir eine **Näherungslösung** eines AWPs für eine gewöhnliche Differentialgleichung

  $$y' = f(t, y(t)), \quad t \in [t_0, t_0 + a], \quad y(t_0) = y_0. \tag{1}$$

  (Im Gegensatz zu der exakten Lösung wie z.B. in der 2. Übungsaufgabe des 1.Übungsblattes).

  1. **Einschrittverfahren** sind die einfachste Methode, um ein AWP mit dem Rechner zu lösen.
     (a) Wie sieht die allgemeine Form eines Einschrittverfahrens aus?
     (b) Was bezeichnet man als **Inkrementfunktion** (oder Verfahrensfunktion)?
     (c) Was sollte ein Einschrittverfahren als Ergebnis liefern?
  2. Das einfachste Einschrittverfahren ist die **Polygonzugmethode von Euler** (oder kurz **Eulerverfahren**).
     (a) Wie sieht das Eulerverfahren aus?
     (b) Was ist die Inkrementfunktion des Eulerverfahrens?
     (c) Was ist die geometrische Motivation für das Eulerverfahren?
  3. Angenommen, es soll eine **Funktion** in einer Programmier- oder Skriptsprache (Matlab/Scilab) geschrieben werden, die ein Einschrittverfahren zur Lösung eines AWPs der Form (1) realisiert. Die Schrittweite h soll erst einmal konstant sein.
     (a) Was sind die notwendigen Eingabeparameter der Funktion, was der/die Rückgabewert(e)?
     (b) Schreibe die Funktion für das Eulerverfahren als **Pseudocode** auf!
     (Pseudocode heißt, dass Variablendeklarationen und sprachspezifische Details weggelassen werden. Wer eine Programmier- oder Skriptsprache kann, sollte mit dem Pseudocode das entsprechende Programm schreiben können.)
     (c) Wie sieht ein Hauptprogramm aus, so dass man mit dieser Funktion z.B. das AWP aus Übungsaufgabe 2 des 1.Übungsblattes lösen kann?
     (d) Auf der Homepage liegt ein Eulerverfahren `euler1d.m` als Funktion in Matlab vor. Wende es auf das AWP der 2. Übungsaufgabe des 1.Übungsblattes mit der rechten Seite `f1.m` an. Benutze zuerst die Schrittweite $h = 0.01$ und verkleinere sie dann!
     (e) Plotte die Näherungslösung und die exakte Lösung (in matlab mit `plot(t,y)`)!
     (f) Plotte den **Fehler, d.h. den Betrag der Differenz zwischen exakter und Näherungslösung**! Die Werte auf der y-Achse sollen logarithmisch aufgetragen werden (in matlab mit `semilogy(t,y)`)!

- Übungsaufgaben: (Abgabe im Tutorium in der Woche vom 30.4.-3.5.02)

  1. (10 P.)
     (a) Schreibe das Einschrittverfahren auf, dass sich mit der Inkrement- oder Verfahrensfunktion $f\left(t + \frac{h}{2}, y + \frac{h}{2} f(t, y)\right)$ ergibt!
     (b) Gib den Pseudocode einer Funktion an, die dieses Verfahren realisiert!
  2. (Programmieraufgabe - Vorführen in der Woche vom 30.4.-3.5.02)
     (a) Schreibe eine Funktion, die das Verfahren aus Übungsaufgabe 1 realisiert!
     (b) Wende das Eulerverfahren aus dem Tutorium und das Verfahren aus Übungsaufgabe 1 auf das AWP
     $$\dot{y} = (t + 1)(y - 1), \quad t \in [0, 1], \quad y(0) = 0$$
     (2. Übungsaufgabe des 1. Übungsblattes) an!
     (c) Plotte für $h = 0.1$ beide Näherungslösungen und die exakte Lösung in einem Bild!

(d) Plotte für $h = 0.1, 0.01, 0.001$ den Fehler für das Eulerverfahren in einem Bild! Die Werte auf der y-Achse sollen logarithmisch aufgetragen werden! Gib zum Test auch jeweils einmal den Wert der Näherungslösung an der Stelle $t = 1.0$ aus!

(e) Plotte für $h = 0.1, 0.01, 0.001$ den Fehler für das Verfahren aus Aufgabe 1 in einem Bild! Die Werte auf der y-Achse sollen logarithmisch aufgetragen werden! Gib zum Test auch jeweils einmal den Wert der Näherungslösung an der Stelle $t = 1.0$ aus!

3. (6 P.)
Schreibe eine Tabelle mit den drei Spalten: 1.Schrittweite h, 2. Größenordnung des Fehlers beim Eulerverfahren, 3. Größenordnung des Fehlers beim Verfahren aus Übungsaufgabe 1.