

4. Übungsblatt – Numerische Mathematik I für Ing.

Die Tutorien in der Woche vom 6.-10.5. finden im MA750 statt!

- Aufgaben für die Tutorien in der Woche vom 6.-10.5.:
 1. Zur numerischen Lösung von Differentialgleichungen approximiert man die Ableitungen durch Differenzenquotienten. Berechne die Genauigkeit (in \mathcal{O} -Schreibweise) der Differenzenquotienten (9.4) und (9.5) für $\sigma \in \{0, 1\}$ aus der VL.
 2. Betrachte das Finite Differenzen-Verfahren (9.6) der VL mit $\sigma = 0$.
 - (a) Stelle die sich ergebende Vorschrift zur Berechnung der Werte der Näherungslösung $u_{i,j+1}$ aus den Werten u_{ij} in Matrix-Vektor-Schreibweise auf. Betrachte zunächst die homogene Differentialgleichung ($f = 0$) und homogene Randwerte ($\mu_1 = \mu_2 = 0$).
 - (b) Was ändert sich bei inhomogenen Randwerten ($\mu_1, \mu_2 \neq 0$)?
 - (c) Was ändert sich für $f \neq 0$?
- Übungsaufgaben: (Abgabe im Tutorium in der Woche vom 13.-17.5.02)
 1. (7 P.)

Bestimme durch Taylorentwicklung die Koeffizienten $a_i, i = -2, \dots, 2$ so, dass

$$\frac{1}{h^2} \sum_{i=-2}^2 a_i u(x + ih) = u''(x) + \mathcal{O}(h^4)$$

gilt. Dabei kann die Funktion $u(x)$ als ausreichend oft differenzierbar angenommen werden.
 2. (4 P.)

Sei $t_{j+1} = t_j + \tau, t_{j+1/2} = t_j + \frac{\tau}{2}$.

 - (a) Zeige:
$$\frac{1}{2}(f(t_{j+1}) + f(t_j)) = f(t_{j+1/2}) + \mathcal{O}(\tau^2).$$
 - (b) Für welchen Wert von σ im Finite Differenzen-Verfahren (9.6) ist diese Tatsache von Bedeutung?
 3. (7 P.)

Betrachte das Finite Differenzen-Verfahren (9.6) der VL für $\sigma = 1$.

 - (a) Stelle das sich ergebende Gleichungssystem zur Berechnung der Werte der Näherungslösung $u_{i,j+1}$ aus den Werten u_{ij} in Matrix-Vektor-Schreibweise auf. Betrachte zunächst die homogene Differentialgleichung ($f = 0$) und homogene Randwerte ($\mu_1 = \mu_2 = 0$).
 - (b) Was ändert sich bei inhomogenen Randwerten ($\mu_1, \mu_2 \neq 0$)?
 - (c) Was ändert sich für $f \neq 0$?
 4. (2 P.)

Warum heißt das Finite Differenzen-Verfahren (9.6) für $\sigma = 0$ explizit, für $\sigma = 1$ implizit?