

5. Übungsblatt – Numerische Mathematik I für Ing.

www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe02/Num.1-Ing

Alle Tutorien ab jetzt im MA750! Die Klausur ist am 2.7.2002 um 14.00 Uhr im MA 005!

- Aufgaben für die Tutorien in der Woche vom 13.-17.5.:

Auf dem letzten Übungsblatt haben wir das Finite Differenzen-Verfahren für die räumlich eindimensionale Wärmeleitungsgleichung im expliziten und impliziten Fall als System in Matrix-Vektor-Schreibweise formuliert.

1. Finde eine allgemeine Formel *in Matrix-Vektor-Schreibweise* für alle drei Verfahren (explizites, implizites und Crank-Nicholson-Verfahren). Benutze die Parameter γ und σ ! Betrachte hier nur das homogene Problem mit homogenen Randwerten.
2. Was ändert sich an allen drei Differenzenverfahren, wenn man statt des Intervalls $[0, 1]$ für die räumliche Koordinate x das allgemeine Intervall $[a, b]$ betrachtet?
3. Wie erzeugt man in Matlab auf einfache Weise die Matrizen, die sich in den obigen Verfahren ergeben?
4. Wie löst man in Matlab einfach ein lineares Gleichungssystem?

- Übungsaufgaben: (Abgabe im Tutorium in der Woche vom 20.-24.5.02)

1. (10 P.)

Schreibe den Pseudocode einer Funktion, die das Verfahren aus Tutoriumsaufgabe 1 (mit beliebigem Wert von σ) realisiert. Betrachte hier nur das homogene Problem mit homogenen Randwerten. Die Funktion soll `fd` (für Finite Differenzen) heißen und mit

`u=fd(a,b,T,N1,N2,sigma,u0)`

aufgerufen werden.

– Eingabeparameter:

- * die Intervallgrenzen a, b für die räumliche Koordinate $x \in [a, b]$,
- * das Ende T_0 des Zeitintervalls $[0, T_0]$,
- * die Anzahl der Teilintervalle N_1, N_2 in x - bzw. t -Richtung.
- * der Parameter σ ,
- * ein Startvektor $(u_0(x_i))_{i=1, \dots, N_1-1}$, und zwar als **Spaltenvektor!!!**

– Rückgabe:

- * Matrix u mit der Näherungslösung, und zwar in der Form $u_{ij} = u(x_i, t_j)$!!!

Matrix-Vektor-Multiplikationen und Lösungen von linearen Gleichungssystemen selbst müssen nicht als Pseudocode aufgeschrieben werden. Es reicht z.B.: $y := A * x$ oder: löse $Ax = b$.

2. (Programmieraufgabe - Vorführen in der Woche vom 20.-24.5.02)

- (a) Schreibe die Funktion zu Aufgabe 1!

Ein Hauptprogramm dazu für $a = 0, b = 1, T_0 = 0.25, N_1 = 40$ und Anfangsbedingung

$$u_0(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 0.5] \\ 1 - x, & x \in [0.5, 1] \end{cases}$$

findet sich als `p5.m` auf der Homepage. Dort sind nur die zwei Zeilen

```
N2=...;
```

```
sigma=...
```

zu variieren.

- (b) Setze der Reihe nach $\sigma = 0, \frac{1}{2}, 1$. Es sollten sich in jedem Fall glatte Kurven ergeben.

- (c) Halbiere N_2 und setze wieder der Reihe nach $\sigma = 0, \frac{1}{2}, 1$! Was passiert?

3. (5 P.)

Wie ist der Effekt in Aufgabe 2(c) bei $\sigma = 0$ zu erklären? Warum tritt er bei anderen Werten von σ nicht auf?