

## 5. Übungsblatt – Numerische Mathematik I für Ing.

[www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe02/Num.1-Ing](http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe02/Num.1-Ing)

**Alle Tutorien ab jetzt im MA750! Die Klausur ist am 2.7.2002 um 14.00 Uhr im MA 005!**

- Aufgaben für die Tutorien in der Woche vom 13.-17.5.:

Auf dem letzten Übungsblatt haben wir das Finite Differenzen-Verfahren für die räumlich eindimensionale Wärmeleitungsgleichung im expliziten und impliziten Fall als System in Matrix-Vektor-Schreibweise formuliert.

1. Finde eine allgemeine Formel *in Matrix-Vektor-Schreibweise* für alle drei Verfahren (explizites, implizites und Crank-Nicholson-Verfahren). Benutze die Parameter  $\gamma$  und  $\sigma$ ! Betrachte hier nur das homogene Problem mit homogenen Randwerten.
2. Was ändert sich an allen drei Differenzenverfahren, wenn man statt des Intervalls  $[0, 1]$  für die räumliche Koordinate  $x$  das allgemeine Intervall  $[a, b]$  betrachtet?
3. Wie erzeugt man in Matlab auf einfache Weise die Matrizen, die sich in den obigen Verfahren ergeben?
4. Wie löst man in Matlab einfach ein lineares Gleichungssystem?

- Übungsaufgaben: (Abgabe im Tutorium in der Woche vom 20.-24.5.02)

1. (10 P.)

Schreibe den Pseudocode einer Funktion, die das Verfahren aus Tutoriumsaufgabe 1 (mit beliebigem Wert von  $\sigma$ ) realisiert. Betrachte hier nur das homogene Problem mit homogenen Randwerten. Die Funktion soll `fd` (für Finite Differenzen) heißen und mit

$$u = \text{fd}(a, b, T, N1, N2, \text{sigma}, u0)$$

aufgerufen werden.

– Eingabeparameter:

- \* die Intervallgrenzen  $a, b$  für die räumliche Koordinate  $x \in [a, b]$ ,
- \* das Ende  $T_0$  des Zeitintervalls  $[0, T_0]$ ,
- \* die Anzahl der Teilintervalle  $N_1, N_2$  in  $x$ - bzw.  $t$ -Richtung.
- \* der Parameter  $\sigma$ ,
- \* ein Startvektor  $(u_0(x_i))_{i=1, \dots, N_1-1}$ , und zwar als **Spaltenvektor!!!**

– Rückgabe:

- \* Matrix  $u$  mit der Näherungslösung, und zwar in der Form  $u_{ij} = u(x_i, t_j)$ !!!

Matrix-Vektor-Multiplikationen und Lösungen von linearen Gleichungssystemen selbst müssen nicht als Pseudocode aufgeschrieben werden. Es reicht z.B.:  $y := A * x$  oder: löse  $Ax = b$ .

2. (Programmieraufgabe - Vorführen in der Woche vom 20.-24.5.02)

- (a) Schreibe die Funktion zu Aufgabe 1!

Ein Hauptprogramm dazu für  $a = 0, b = 1, T_0 = 0.25, N_1 = 40$  und Anfangsbedingung

$$u_0(x) = \begin{cases} x, & x \in [0, 0.5] \\ 1 - x, & x \in [0.5, 1] \end{cases}$$

findet sich als `p5.m` auf der Homepage. Dort sind nur die zwei Zeilen

```
N2=...;
```

```
sigma=...
```

zu variieren.

- (b) Setze der Reihe nach  $\sigma = 0, \frac{1}{2}, 1$ . Es sollten sich in jedem Fall glatte Kurven ergeben.

- (c) Halbiere  $N_2$  und setze wieder der Reihe nach  $\sigma = 0, \frac{1}{2}, 1$ ! Was passiert?

3. (5 P.)

Wie ist der Effekt in Aufgabe 2(c) bei  $\sigma = 0$  zu erklären? Warum tritt er bei anderen Werten von  $\sigma$  nicht auf?