T U ¨ B
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Stefan Felsner

D M ¨ I
P ¨

Bearbeitung am 20./21. April 2005 in den Tutorien

A H .

(1) Weitere Informationen, sowie alle ausgegebenen Übungs- und Präsenzaufgabenblätter stehen auf der Homepage der Veranstaltung:

`http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SoSe05/DiskreteMAFI/`

Dort wird es nach jeder Vorlesung auch eine Liste mit einigen Stichworten zum Inhalt geben.

(2) Zur Bestätigung der Anmeldung zu einem Tutorium **muss jeder** Teilnehmer bis **Sonntag, 24. April** eine E-mail an `paffenholz@math.tu-berlin.de` schicken. Die E-mail **muss** das Subject `Tutorium MAFI` haben und eine Zeile im folgenden Format beinhalten:

```
Matrikelnr & Name & Vorname & Geschlecht & Studiengang & Semesterzahl & Tutorium
```

Das genaue Format ist wichtig! Also: kein sonstiger Inhalt, keine zusätzlichen &, *Bemerkungen etc.*

Beispiel:

```
421917 & Dent & Arthur & m & Informatik & 4 & Mi,16-18,MA642
```

A 1.

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und $x, y \in V$ Knoten in G. Beweisen Sie: Wenn x mit y über einen Kantenzug verbunden ist, dann existiert auch ein einfacher Weg von x nach y in G.

A 2.

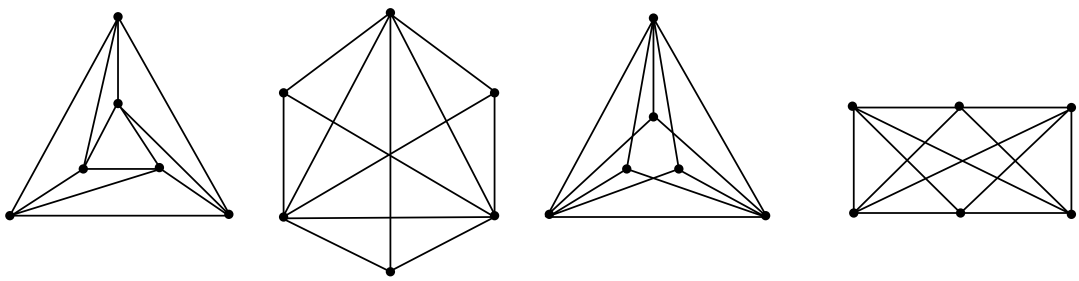
Zeigen Sie, dass ein Graph G mit n Knoten zusammenhängend ist, wenn jeder Knoten x des Graphen Grad $\deg(x) > \frac{n-1}{2}$ hat.

A 3.

Zeigen Sie, dass es keinen Graphen G mit zwei oder mehr Knoten gibt, in dem die Grade der Knoten alle verschieden sind.

A 4.

Welche der folgenden Zeichnungen beschreiben den gleichen/ verschiedene Graphen? Begründen Sie Ihre Antwort.



G_1 G_2 G_3 G_4

A 5.

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Die Menge E der Kanten von G ist eine Teilmenge der Menge $\binom{V}{2}$ aller zweielementigen Teilmengen der Knotenmenge V. Dafür identifiziert man eine Kante mit der Menge der beiden Knoten, die sie verbindet.

(1) Zeigen Sie, dass für die Anzahl der Elemente von $\binom{V}{2}$ gilt:

$$\left|\binom{V}{2}\right| = \binom{|V|}{2}$$

(2) Wieviele verschiedene Teilmengen von $\binom{V}{2}$ gibt es? Mit anderen Worten: wieviele verschiedene Graphen mit der Knotenmenge V gibt es?

(3) Wieviele Kanten kann ein gerichteter Graph (also ein Graph, in dem jede Kante zusätzlich eine Richtung bekommt) mit der Knotenmenge V haben und wieviele verschiedene gerichtete Graphen mit der Knotenmenge V gibt es dann?

A 6.

Sei $G = (V, E)$ ein Graph mit $|V| \geq 3$. $\deg(x)$ bezeichne den Grad eines Knotens $x \in V$. G habe die folgenden beiden Eigenschaften:

(1) G hat keinen isolierten Knoten, d.h. keinen Knoten $x \in V$ mit $\deg(x) = 0$.
(2) Es gibt keine induzierten Untergraphen U in G mit zwei Kanten.

Zeigen Sie, dass G vollständig ist, d.h. $G = K_n$ für ein $n \geq 2$.