T U ¨ B
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Stefan Felsner
Andreas Paffenholz

Diskrete MAFI
Sommersemester 2005
Wiebke Höhn
Raman Sanyal
Xiumei Wang

D M ¨ I
P ¨

Bearbeitung am 28./29. Juni 2005 in den Tutorien

A 1.

Sei ein (n, k)-Code C gegeben.

(1) Wieviele Codewörter gibt es in diesem Code?
(2) Wie lang ist ein kodierter Block?
(3) Sei nun $n = 3$. Veranschaulichen Sie alle möglichen linearen Codes auf einem 3-dimensionalen Würfel und geben sie eine geometrische Interpretation des Hamming-Abstandes.
Wie sieht es für grössere n aus?

A 2.

Es sei C ein (n, k)-Code mit Hamming-Abstand 3. Zeige die folgenden Eigenschaften:

(1) Für jedes Codewort $c \in C$ existieren genau n Worte $b \in B^n$ mit Abstand 1, d. h. $\operatorname{dist}(c, b) = 1$.
(2) Für jedes $b \in B^n$ existiert höchstens ein $c \in C$ mit $\operatorname{dist}(c, b) \leqslant 1$.
(3) Es gilt $(n + 1) \cdot 2^k \leqslant 2^n$.

Zeigen Sie, dass es keinen $(6, 4)$-Code mit Hamming-Abstand 3 gibt.

A 3.

Es sei $C \subset B^n$ ein (n, k)-Code. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$\operatorname{dist} : B^n \times B^n \to \mathbb{N}$$

aus der Vorlesung mit

$$\operatorname{dist}(x, y) = \text{„Anzahl der unterschiedlichen Bits in } x \text{ und } y\text{“}$$

eine Metrik auf B^n erklärt, d. h.

(1) $(\operatorname{dist}(x, y) = 0 \iff x = y)$ für alle $x, y \in B^n$
(2) $\operatorname{dist}(x, y) = \operatorname{dist}(y, x)$ für alle $x, y \in B^n$
(3) $\operatorname{dist}(x, z) \leqslant \operatorname{dist}(x, y) + \operatorname{dist}(y, z)$ für alle $x, y, z \in B^n$

Warum ist dist auch eine Metrik auf C?