Reinhard Nabben,
Sommersemester 2005

Einführung in die Numerische Mathematik

3. Übung

Aufgabe 1: Betrachte für das Beispiel aus der Vorlesung zur Berechnung von $x^* = f(a_1, a_2) = a_1 - \sqrt{a_1^2 - a_2}$ den durch folgende Umformungen

$$\begin{aligned} a_1 - \sqrt{a_1^2 - a_2} &= (a_1 - \sqrt{a_1^2 - a_2})\frac{a_1 + \sqrt{a_1^2 - a_2}}{a_1 + \sqrt{a_1^2 - a_2}} \\ &= \frac{a_2}{a_1 + \sqrt{a_1^2 - a_2}} \\ &= \frac{t}{1 + \sqrt{1 - \frac{t}{a_1}}}, \text{ wobei } t = \frac{a_2}{a_1} \end{aligned}$$

entstandenen Algorithmus:

$t := a_2/a_1;$

$x := t/(1 + \sqrt{1 - t/a_1});$

Führe hierfür eine Rückwärtsanalyse durch.

(6 Punkte)

Aufgabe 2: Zeige, dass es ein eindeutig bestimmtes kubisches Polynom p gibt, dass für die Punkte $x_0 < x_1 < x_2$ und Daten f_0, f_1, f_2, f_3 die folgende Hermite–Birkhoff–Interpolationsaufgabe löst:

$$p(x_0) = f_0, \quad p(x_2) = f_2$$
$$p'(x_1) = f_1 \quad p''(x_1) = f_3.$$

(6 Punkte)

Aufgabe 4P: Zu den unten angegebenen Stützstellen x_i seien Werte f_i durch $f(x_i) = \log_{10}(x_i) - \frac{x_i - 1}{x_i}$ gegeben. Berechne mit Hilfe des Neville–Schemas den Wert des jeweiligen Interpolationspolynoms an der Stelle $x = 5.25$. Vergleiche die Fehler.

a) 1.0,2.0,4.0,8.0,10.0

b) 2.0,4.0,8.0,10.0

c) 4.0,8.0,10.0

d) 2.0,4.0,8.0