TU Berlin
Institut für Mathematik
Sekretariat MA 3-2
Dr. Brigitte Lutz-Westphal
Andreas Fest
Andrea Hoffkamp

www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/SS07/DiskrMaLS/

12. Übung zur Vorlesung
Diskrete Mathematik und ihre Anwendungen
Sommersemester 2007

Dieser Übungszettel ist ein komplett freiwilliger Übungszettel, mit dem man Zusatzpunkte erreichen kann.

Aufgabe 1 (4 Zusatzpunkte)
Sei $G = (V, E)$ ein einfacher Graph und $A \subseteq V$ eine unabhängige Teilmenge von V. Sei $\alpha(G) := \max(|A| : A \text{ unabhängig})$.

Zeigen Sie: $\alpha(G)\chi(G) \geq |V|$.

Geben Sie ein Beispiel für Gleichheit an.

Aufgabe 2 (4 Zusatzpunkte)
Seien $n, k \in \mathbb{N}$ mit $2k \leq n$. Der sogenannte Kneser-Graph $K(n, k)$ hat als Knoten alle k-elementigen Teilmengen einer n-elementigen Menge, wobei zwei Knoten A, B genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn $A \cap B = \emptyset$ gilt.

Zeigen Sie: $\chi(K(n, k)) \leq n - 2k + 2$

Aufgabe 3 (4 Zusatzpunkte)

a) Beweisen Sie:

   Ist $G = (V, E)$ ein zusammenhängender ebener Graph mit $n \geq 3$ Knoten und e Kanten, so gilt $e \leq 3n - 6$.

   Ist G darüber hinaus dreiecksfrei, so gilt $e \leq 2n - 4$.

b) Beweisen Sie mit Hilfe von a), dass die Graphen K_5 und $K_{3,3}$ nicht plättbar sind.

Aufgabe 4 (4 Zusatzpunkte)
Sei G der Gerüstgraph des Würfels. Geben Sie eine Reihenfolge der Knoten an, so dass der Greedy-Algorithmus zur Knotenfärbung zwei, drei bzw. vier Farben benötigt.

Aufgabe 5 (4 Zusatzpunkte)
Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie: $\chi(G) = 2$ genau dann, wenn G keine Kreise ungerader Länge enthält.

Abgabetermin: Am Donnerstag, den 12. Juli **vor Beginn** der Vorlesung.