Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Dr. T. Stykel

Sommersemester 2009

6.05.2009

Kontrolltheorie

2. Übungsblatt zur Vorlesung

Besprechung des Übungsblattes in der Übung am 13.05.2009

Aufgabe 1: (Kalman-Zerlegung)

Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, $B \in \mathbb{R}^{n,m}$ und $\text{Rang}\,([\,B,\ AB,\ A^2B,\ \ldots,\ A^{n-1}B\,]) = r < n$. Zeige: Es gibt eine orthogonale matrix $V \in \mathbb{R}^{n,n}$, so dass

$$V^T A V = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ 0 & A_3 \end{bmatrix}, \qquad V^T B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

wobei $A_1 \in \mathbb{R}^{r,r}$, $B_1 \in \mathbb{R}^{r,m}$ und das System $\dot{x} = A_1 x + B_1 u$ ist steuerbar.

Aufgabe 2: (Steuerbarkeit für die LTI Systeme)

Zeige die Äquivalenz folgender Aussagen für das LTI System $\dot{x} = Ax + Bu$:

a) Das LTI System ist steuerbar.

b) $\text{Rang}\,([\,B,\ AB,\ A^2B,\ \ldots,\ A^{n-1}B\,]) = n$.

c) Falls $p \neq 0$ ein Eigenvektor von A^T ist, dann gilt $p^T B \neq 0$.

d) $\text{Rang}\,([\,\lambda I - A,\ B\,]) = n$ für alle $\lambda \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 3: (Steuerbarkeit)

Uberprüfe die folgenden Systeme auf Steuerbarkeit und Stabilisierbarkeit.

a) $\dot{x} = x + [\,0,\,0,\,\ldots,0,\,1]^T u$

b) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdots & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

c) $$\dot{x} = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ t \end{bmatrix} u$$