TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 09

Fakultät II - Mathematik und Naturwissenschaften
Institut für Mathematik
Dozent: Gärtner
Assistent: Drewitz

Abgabe: 08.07. vor der Übung

11. Übung Wahrscheinlichkeitstheorie 1

(Markovprozesse)

Hausaufgaben

1. Aufgabe (5 Punkte)

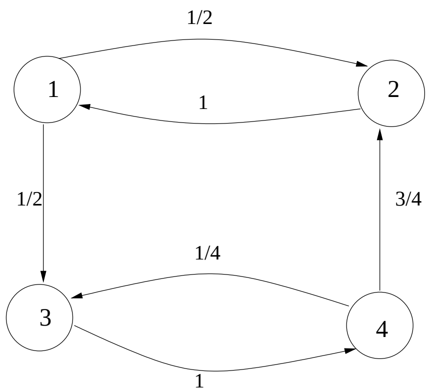
Zeige, dass jede Markovkette auf endlichem Zustandsraum mindestens eine wesentliche Klasse besitzt.

2. Aufgabe (5 Punkte)

Es sei P die Übergangsmatrix einer irreduziblen Markovkette mit endlichem Zustandsraum J. Zeige: Ist f harmonisch bezüglich P (das heißt, es gilt $(P - I)f \equiv 0$, wobei I die Einheitsmatrix ist), so ist f konstant auf J.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Es sei eine Markovkette mit Zustandsraum $I = \{1, 2, 3, 4\}$ und folgendem Übergangsgraphen gegeben:



(a) Man stelle die Übergangsmatrix P auf.

(b) Man bestimme die Äquivalenzklassen der Kette.

(c) Man bestimme die Periode jedes einzelnen Zustandes.

(d) Wie groß ist $P[X_3 = 3 | X_0 = 1]$?

(e) Man berechne alle stationären Anfangsverteilungen.

4. Aufgabe (5 Punkte)

Beweise die folgende Aussage:
Es sei P die Übergangsmatrix einer irreduziblen Markovkette auf endlichem Zustandsraum. Dann existiert eine eindeutige stationäre Anfangsverteilung π.

Hinweis: Das Ergebnis aus Aufgabe 2 kann sich als hilfreich erweisen.

Hinweise:

(a) Die Anmeldung zu den Klausuren am 21.07.2009 (um 14:30h in ER 270) und 09.10.2009 (um 9:30h in MA 001) ist nur am 01.07. und 08.07. in der Präsenzübung möglich.

(b) Das diesjährige Stochastik-Grillen findet am Donnerstag, den 16.07., auf der Wiese gegenüber Schloss Bellevue statt. Treffpunkt ist 18:00h am Haupteingang des Mathematikgebäudes. Für Grillbares sorge bitte jeder für sich, ein (begrenzter) Grundstock an Getränken wird von unserer Seite bereit gestellt.

Gesamtpunktzahl: 20