**TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN** SS 2010
**Institut für Mathematik** **Abgabe**
Prof. Dr. M. Scheutzow / A. Drewitz 16.06.2010

# 9. Übung
# Maß- und Integrationstheorie

## 1. Aufgabe

Es seien $\mu_1$ und $\mu_2$ Maße auf einem Messraum $(\Omega, \mathcal{F})$, wobei mindestens eines der beiden Maße endlich sei. Zeigen Sie, dass eine messbare Zerlegung von $\Omega$ in $\Omega_1$ und $\Omega_2$ existiert derart, dass folgende Implikationen gelten:

$$F \in \mathcal{F}, F \subset \Omega_1 \Longrightarrow \mu_1(F) \leq \mu_2(F),$$
$$F \in \mathcal{F}, F \subset \Omega_2 \Longrightarrow \mu_2(F) \leq \mu_1(F).$$

**(5 Punkte)**

## 2. Aufgabe

Es sei $\mu$ ein signiertes Maß auf $(\Omega, \mathcal{F})$ und $A, B \in \mathcal{F}$ sodass $A \subset B$ gilt. Zeigen Sie, dass aus $|\mu(B)| < \infty$ schon $|\mu(A)| < \infty$ folgt.

**(5 Punkte)**

## 3. Aufgabe

Es seien $\mu, \mu_1, \mu_2, \ldots$ endliche signierte Maße auf $(\Omega, \mathcal{F})$. Zeigen Sie, dass $(\mu_n)_{n\in\mathbb{N}}$ genau dann in Variationsnorm gegen $\mu$ konvergiert, falls $(\mu_n(A))_{n\in\mathbb{N}}$ gleichmäßig in $A \in \mathcal{F}$ gegen $\mu(A)$ konvergiert.

**(5 Punkte)**

## 4. Aufgabe

Beweisen Sie Behauptung 8.9 aus dem Skript.

**(5 Punkte)**

Gesamt: 20 Punkte