TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. T. Stykel, C. Kreusler Sommersemester 2011

# Differentialgleichungen II

## 1.Übungsblatt

Abgabe zusammen mit dem 2. Übungsblatt in der Übung am 2. Mai

**Aufgabe 1:** **3 Punkte**

Es sei $u \in C(a,b)$ stückweise stetig differenzierbar. Sei ferner $\mathcal{M}$ die Menge der Punkte, in denen $u$ klassisch differenzierbar ist und

$$v(x) := \begin{cases} u'(x) & \text{für } x \in \mathcal{M}, \\ 0 & \text{sonst }. \end{cases}$$

Zeige, daß dann $T_v$ distributionelle Ableitung von $T_u$ ist.

**Aufgabe 2:** **3 Punkte**

Es sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$.

(i) Es seien $u, v \in L^1_{loc}(\Omega)$ und $u = v$ fast überall. Zeige $T_u = T_v$.

(ii) Kann es Funktionen $u, v \in L^1_{loc}(\Omega)$ geben mit $T_u = T_v$, so daß $u$ und $v$ nicht fast überall übereinstimmen?

**Aufgabe 3:** **4 Punkte**

(i) Zeige, daß durch

$$T\phi := \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \phi(x,y)dxdy, \quad \phi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^2)$$

eine Distribution auf $\mathbb{R}^2$ definiert ist und berechne $D^\alpha T$ für alle $\alpha \in \mathbb{N}^2$ mit $|\alpha| < 2$.

(ii) Zeige, daß durch

$$T\phi := \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{\infty} \phi(x,y)dxdy, \quad \phi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^2)$$

eine Distribution auf $\mathbb{R}^2$ definiert ist und berechne $D^{(1,1)}T$

**Aufgabe 4:** **3 Punkte**

Zeige, daß durch

$$T\phi := \sum_{n=0}^{\infty} \phi^{(n)}(n), \quad \phi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$$

eine Distribution auf $\mathbb{R}$ definiert wird.

**Aufgabe 5:** **4 Punkte**

Es sei $a < b$. Finde (nichttriviale) Funktionen $\phi, \psi \in C^\infty(\mathbb{R})$ mit

(i) $\phi(x) = 0$ für $x < a$ oder $x > b$.

(ii) $\psi(x) = 0$ für $x < a$, $\psi(x) = 1$ für $x > b$ und $0 \leq \psi \leq 1$ überall.