Technische Universität Berlin **SS 2012**

Fakultät II – Institut f. Mathematik

Dozent: Prof. Dr. W. König Ausgabe: Mi 11.04.2012

Assistent: M. Wilke Berenguer Abgabe: Mi 18.04.2012

1. Übungsblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie 1“

Mengenoperationen und diskrete Wahrscheinlichkeitsräume

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: Mengenoperationen **6 Punkte**

Es seien A, B, C Teilmengen einer nichtleeren Menge Ω. Man zeige:

(i) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

(ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

(iii) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

(iv) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.

Seien nun $B_i, i \in \mathbb{N}$, Mengen. Verallgemeinern Sie die obigen Aussagen, indem Sie auf der linken Seite $B \cup C$ durch $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} B_i$ und entsprechend $B \cap C$ durch $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} B_i$ ersetzen, und beweisen Sie die sich daraus ergebenden Formeln.

2. Hausaufgabe: **4 Punkte**

Es seien Ω eine nichtleere Menge von Elementarereignissen und A, B, $C \subseteq \Omega$. Stellen Sie die folgenden Ereignisse mit Hilfe von elementaren Mengenoperationen dar:

“Von den Ereignissen A, B, C tritt/treten

E_1: keines,

E_2: mindestens eines,

E_3: höchstens eines,

E_4: genau eines,

E_5: mindestens eines nicht,

E_6: genau zwei

ein.”

3. Hausaufgabe: **4 Punkte**

Man betrachte folgendes Zufallsexperiment:

Eine faire Münze wird geworfen. Fällt dabei “Kopf”, so wird dieses Ergebnis notiert. Fällt jedoch “Zahl”, so wird die Münze ein zweites Mal geworfen und das Ergebnis des zweiten Wurfes notiert.

Geben Sie *zwei verschiedene* diskrete Wahrscheinlichkeitsräume an, um dieses Experiment zu modellieren.

4. Hausaufgabe: **6 Punkte**

Galileo Galilei schrieb in *Sopra le scoperte dei dadi*, einer um 1620 entstanden Untersuchung über das Würfelspiel, über das gleichzeitige Werfen von drei Würfeln:

> Obwohl 9 und 12 auf genau soviele Arten geworfen werden können wie 10 und 11 und deswegen als gleich wahrscheinlich betrachtet werden sollten, ist es trotzdem bekannt, dass lange Beobachtungen Würfelspieler dazu führten, die 10 und 11 als vorteilhafter einzuschätzen. Und es ist klar, dass 9 und 10 (ebenso wie 12 und 11), durch dieselbe Vielzahl von Kombinationen erreicht werden können: 9 durch 1.2.6, 1.3.5, 1.4.4, 2.2.5, 2.3.4, 3.3.3, was sechs Dreierkombinationen sind, und 10 durch 1.3.6, 1.4.5, 2.2.6, 2.3.5, 2.4.4, 3.3.4 und durch keine andere Kombination, was ebenso sechs Dreierkombinationen sind.

Man erkläre, warum die 10 von erfahrenen Würfelspielern dennoch als wahrscheinlicher eingestuft wird, und gebe hierzu einen sinnvollen Wahrscheinlichkeitsraum an.