Technische Universität Berlin **SS 2012**
Fakultät II – Institut f. Mathematik

Dozent: Prof. Dr. W. König
Assistenten: M. Wilke Berenguer
D. Hoffmann

Ausgabe: Mi 25.04.2012
Abgabe: Mi 02.05.2012

3. Übungsblatt „Wahrscheinlichkeitstheorie 1“
Unabhängigkeit und bedingte Wahrscheinlichkeiten

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: Beispiel 2.2.4 **7 Punkte**

Beim zweimaligen Ziehen je einer Kugel aus einer gut gemischten Urne mit S schwarzen und W weißen Kugeln sind die Ereignisse 'erste Kugel ist weiß' und 'zweite Kugel ist weiß' unabhängig, wenn nach dem ersten Ziehen die gezogene Kugel zurück gelegt wurde, aber nicht unabhängig, wenn dies nicht geschah.
Beweisen Sie diese Aussagen, indem Sie dieselbe Menge Ω zu zwei geeigneten Wahrscheinlichkeitsräumen machen.

2. Hausaufgabe: bedingte Wahrscheinlichkeiten **4 Punkte**

Die Bevölkerung der Stadt Nikosia ist zu 75% griechisch und zu 25% türkisch. 20% der Griechen und 10% der Türken in Nikosia sprechen Englisch.
Ein Besucher lernt einen englischsprachigen Einwohner kennen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dieser Grieche? Definieren Sie alle relevanten Ereignisse und und leiten Sie deren Wahrscheinlichkeiten her.

3. Hausaufgabe: Würfelparadoxon **6 Punkte**

Zwei ansonsten faire Würfel W_1 und W_2 seien wie folgt beschriftet:

$$W_1 \ : \ 633333 \quad W_2 \ : \ 555222.$$

Anna und Bert würfeln mit W_1 beziehungsweise mit W_2. Wer die höhere Augenzahl erzielt, hat gewonnen.

(i) Man zeige, dass Anna die besseren Gewinnchancen hat.

(ii) Bert bemerkt dies und schlägt Anna folgendes vor: “Ich beschrifte jetzt einen dritten Würfel. Du darfst dir dann einen beliebigen Würfel aussuchen, ich wähle mir einen der beiden anderen.”

Kann Bert den dritten Würfel so beschriften, dass er in jedem Fall die besseren Gewinnchancen hat? Wenn ja, dann gebe man eine solche Beschriftung an und beweise, dass nun Bert die besseren Gewinnchancen hat. Wenn dies nicht der Fall ist, so beweise man dies ebenfalls.

4. Hausaufgabe: Galtons Paradoxon **3 Punkte**

Man werfe drei faire Münzen. Dann zeigen mindestens zwei davon in jedem Fall dasselbe. Die dritte Münze zeigt nun mit gleicher Wahrscheinlichkeit Kopf bzw. Zahl, d.h. sie ist mit gleicher Wahrscheinlichkeit gleich oder ungleich der anderen beiden. Also gilt: Die Wahrscheinlichkeit, dass alle Münzen das Gleiche zeigen, ist $1/2$. Einverstanden? Begründen Sie Ihre Meinung mathematisch.