Technische Universität Berlin **SS99**
Fachbereich Mathematik
Sekr. MA 6-1 / Frau Marcus

Dr. Michael Joswig

Olaf Jahn
Matthias Müller, André Opitz

11. Übung zur Computerorientierten Mathematik II

Abgabe: Donnerstag, der 8. Juli (vor der Übung)

41. Aufgabe (3 Punkte)

In einer Einbahnstraße gibt es $m \geq 1$ Parkplätze (numeriert von 1 bis m). n Autos mit $1 \leq n \leq m$ fahren hintereinander in die anfänglich leere Straße ein, wobei der j-te Wagen ab Parkplatznummer a_j, $1 \leq a_j \leq m$, den nächsten freien Parkplatz sucht. Besteht keine Parkmöglichkeit mehr, so verläßt der Wagen die Straße (und fängt nicht mit der Suche beim ersten Platz wieder an).

Beispiel: Für $n = m = 9$ und $(a_1, a_2, \ldots, a_n) = (3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5)$ ist die sich einstellende Parkordnung der Autos $1, \ldots, 9$ gerade $(2, 4, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 6)$.

Beweist nun: Für $n = m$ finden alle Autos genau dann einen Parkplatz, wenn es eine bijektive Abbildung $\pi\colon \{1, 2, \ldots, n\} \to \{1, 2, \ldots, n\}$ gibt (d. h. eine Permutation) mit $a_j \leq \pi(j)$ für alle $j = 1, \ldots, n$.

42. Aufgabe (3 Punkte)

In folgenden meinen wir mit $\mathrm{bin}(n)$ die Binärdarstellung der natürlichen Zahl n. Gebt eine Schaltfunktion $f\colon [2]^4 \times [2]^4 \to [2]^6$ an, wobei

- $(x = \mathrm{bin}(6) \wedge y = \mathrm{bin}(9)) \Leftrightarrow f(x, y) = \mathrm{bin}(42)$
- in den f_i nur die booleschen Operationen $\wedge$, $\vee$ und $\neg$ verwendet werden dürfen.

Beweist, daß Euer f die erste Bedingung erfüllt.

43. Aufgabe (4 Punkte)

Vereinfacht folgende boolesche Ausdrücke so weit es geht ($\wedge$ hat Vorrang vor $\vee$):

a) $\neg(\neg(a \vee a) \vee \neg(b \vee b))$

b) $(a \vee c \wedge (\neg c \wedge 1)) \wedge ((d \Rightarrow b) \vee d \wedge \neg b)$

c) $\neg((a \Leftrightarrow b) \wedge (c \Rightarrow d) \wedge (a \vee b) \wedge (d \Rightarrow c) \wedge (\neg a \vee \neg b)) \vee (c \Rightarrow a)$

d) $(a \wedge \neg b \wedge \neg c) \vee (a \Rightarrow d) \vee c$

Beschreibt Eure Rechenschritte so, daß wir sie nachvollziehen können.

44. Aufgabe (3 Punkte)

Der Sheffersche Strich $\uparrow$ ist gegeben durch

x	y	$x \uparrow y$
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

Zeigt, daß Ihr *allein* durch $\uparrow$ und die Werte 1 und 0 die üblichen booleschen Operationen $\vee$, $\wedge$ und $\neg$ ausdrücken könnt. Klammern sind erlaubt.

45. Aufgabe (3 Punkte)

Beschreibt die Datenstruktur, die Ihr in der sechsten Programmieraufgabe benötigt, um (unter den dortigen Bedingungen) verbotene Pfade zu speichern. Mit *Pfad* meinen wir im folgenden immer einen String beliebiger Länge, der mit `/` beginnt. Ein Pfad p_1 heißt *verboten*, wenn ein Pfad p_2, der Präfix von p_1 (Gleichheit eingeschlossen) ist, als verboten gespeichert ist.

Gebt im Pseudocode an, wie sich durch Angabe eines Pfades ein kompletter Teilbaum des Dateibaumes wieder erlauben läßt. Euer Algorithmus soll auch den Fall korrekt behandeln, wo ein Pfad wieder erlaubt werden soll, der nie verboten war.

Bestimmt die Laufzeit Eures Algorithmus.