

HÖHERE MATHEMATIK III für E-TECHNIKER

http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3_ET/

11. Übungsblatt

Aufgabe 1 \ddot{U} Bestimmen Sie, ob der kritische Punkt $(0, 0)$ stabil, asymptotisch stabil oder instabil ist und skizzieren Sie den Verlauf der Phasenkurven!

$$\text{i) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \vec{x} \quad \text{ii) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix} \vec{x}$$

Aufgabe 2 \ddot{U} Berechnen Sie den kritischen Punkt \vec{x}_0 und untersuchen Sie seine Stabilität, indem Sie die Transformation $\vec{x} = \vec{y} + \vec{x}_0$ durchführen!

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3 \ddot{U} Die komplexe Sinusfunktion ist definiert als $\sin z = 1/2i(e^{iz} - e^{-iz})$. Berechnen Sie Realteil und Imaginärteil!

Worauf werden jeweils die Geraden $\operatorname{Re} z = \text{const}$ und $\operatorname{Im} z = \text{const}$ abgebildet?

Aufgabe 4 Bestimmen Sie, ob der kritische Punkt $(0, 0)$ stabil, asymptotisch stabil oder instabil ist und skizzieren Sie den Verlauf der Phasenkurven!

$$\begin{array}{ll} \mathbf{T} \text{ i) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} & \text{ii) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \vec{x} \\ \mathbf{H} \text{ i) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \vec{x} & \text{ii) } \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \vec{x} \end{array}$$

Aufgabe 5 Berechnen Sie den kritischen Punkt \vec{x}_0 und untersuchen Sie seine Stabilität, indem Sie die Transformation $\vec{x} = \vec{y} + \vec{x}_0$ durchführen!

$$\begin{array}{l} \mathbf{T} \quad \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \mathbf{H} \quad \dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \vec{x} + \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

Aufgabe 6 \mathbf{T} / \mathbf{H} Die komplexe Cosinusfunktion ist definiert als $\cos z = 1/2(e^{iz} + e^{-iz})$. Berechnen Sie Realteil und Imaginärteil!

Worauf werden jeweils die Geraden $\operatorname{Re} z = \text{const}$ und $\operatorname{Im} z = \text{const}$ abgebildet?