

## HÖHERE MATHEMATIK III für E-TECHNIKER

[http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3\\_ET/](http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3_ET/)

## 13. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Ü Finden Sie eine konforme Abbildung, die die Einheitskreisscheibe  $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$  auf das geschlitzte Gebiet  $\mathbb{C} \setminus \{z \in \mathbb{R} : |z| \geq 1\}$  abbildet.

**Aufgabe 2**

Ü Man berechne  $\int_0^{1+i} \operatorname{Re} z \, dz$

- längs des Verbindungswegs,
- längs des Viertelkreises auf  $|z - i| = 1$ .

**Aufgabe 3**

Ü Man rechne nach, dass für  $m \in \mathbb{Z}$ ,  $a \in \mathbb{C}$  und  $r > 0$  gilt

$$\oint_{\odot_{|z-a|=r}} (z-a)^m = \begin{cases} 0 & \text{falls } m \neq -1 \\ 2\pi i & \text{falls } m = -1 \end{cases}$$

**Aufgabe 4**

T Wählen Sie sich eine Möbiustransformation  $\phi$ , die die Einheitskreisscheibe  $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$  auf die obere Halbebene abbildet. Sei  $z \in \mathbb{D}$ .

Welchen Winkel bildet die Verbindungsstrecke  $\overline{\phi(z) \phi(\frac{1}{z})}$  mit der reellen Achse?

Haben  $\phi(z)$  und  $\phi(\frac{1}{z})$  denselben Abstand von der reellen Achse?

H Sei  $\phi$  die Möbiustransformation mit  $\phi(0) = 0$ ,  $\phi(1) = 1$  und  $\phi(1+i) = \infty$ . Worauf wird das Quadrat mit den Ecken  $0, 1, 1+i, i$  abgebildet? Machen Sie eine Skizze!

**Aufgabe 5**

T Man berechne  $\int_C \bar{z} \, dz$  für zwei verschiedene Wege:

- $C = \{z : \operatorname{Re} z = -1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1\} \cup \{z : -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z = 1\}$
- $C = \{z : -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z = -1\} \cup \{z : \operatorname{Re} z = 1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1\}$

**Aufgabe 6**

H Man berechne  $\int_{-2i}^{2i} z^2 + 5z \, dz$

- längs der direkten Verbindungsstrecke,
- längs des Halbkreises  $C = \{2e^{i\phi} : -\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}\}$