Technische Universität Berlin
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr.Dirk Ferus, Dr. Friederike Körner

WinterSemester 2000

# Höhere Mathematik III für E-Techniker

http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3_ET/

## 13. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

**Ü** Finden Sie eine konforme Abbildung, die die Einheitskreisscheibe $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$ auf das geschlitzte Gebiet $\mathbb{C} \setminus \{z \in \mathbb{R} : |z| \geq 1\}$ abbildet.

**Aufgabe 2**

**Ü** Man berechne $\displaystyle\int_0^{1+i} \operatorname{Re} z \, \mathrm{d}z$

a) längs des Verbindungswegs,

b) längs des Viertelkreises auf $|z - i| = 1$.

**Aufgabe 3**

**Ü** Man rechne nach, dass für $m \in \mathbb{Z}$, $a \in \mathbb{C}$ und $r > 0$ gilt

$$\oint_{\circlearrowleft |z-a|=r} (z-a)^m = \begin{cases} 0 & \text{falls } m \neq -1 \\ 2\pi i & \text{falls } m = -1 \end{cases}$$

**Aufgabe 4**

**T** Wählen Sie sich eine Möbiustransformation $\phi$, die Einheitskreisscheibe $\mathbb{D} = \{z : |z| < 1\}$ auf die obere Halbebene abbildet. Sei $z \in \mathbb{D}$.

Welchen Winkel bildet die Verbindungsstrecke $\overline{\phi(z)\ \phi(\frac{1}{z})}$ mit der reellen Achse?

Haben $\phi(z)$ und $\phi(\frac{1}{z})$ denselben Abstand von der reellen Achse?

**H** Sei $\phi$ die Möbiustransformation mit $\phi(0) = 0$, $\phi(1) = 1$ und $\phi(1+i) = \infty$. Worauf wird das Quadrat mit den Ecken $0, 1, 1+i, i$ abgebildet? Machen Sie eine Skizze!

**Aufgabe 5**

**T** Man berechne $\int_C \bar{z} \, \mathrm{d}z$ für zwei verschiedene Wege:

a) $C = \{z : \operatorname{Re} z = -1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1\} \cup \{z : -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z = 1\}$

b) $C = \{z : -1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1, \operatorname{Im} z = -1\} \cup \{z : \operatorname{Re} z = 1, -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 1\}$

**Aufgabe 6**

**H** Man berechne $\int_{-2i}^{2i} z^2 + 5z \, \mathrm{d}z$

a) längs der direkten Verbindungsstrecke,

b) längs des Halbkreises $C = \{2e^{i\phi} : -\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}\}$