

HÖHERE MATHEMATIK III für E-TECHNIKER

2. Übungsblatt

Ü Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass die Funktionen y_1 und y_2 linear unabhängig sind!

$$y_1(x) = -x, \quad y_2(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \leq 0 \\ 2x & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Ü Aufgabe 2 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung!

i) $y'' - 2y' - 15y = 0$

ii) $y'' - 4y' + 5y = 0$

iii) $y^{(5)} + 6y^{(4)} + 12y''' + 8y'' = 0$

Aufgabe 3 Zeigen Sie mit Hilfe der Wronski-Determinante, dass die Funktionen linear unabhängig sind!

T i) $\sin x, \sin 2x, \sin 3x$;

H ii) x, xe^x, e^{2x} .

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung!

T i) $y'' + 2y' + \frac{3}{4}y = 0$

T ii) $y'' + y' + y = 0$

H iii) $y'' + \frac{7}{2}y' - 2y = 0$

H iv) $y'' - 25y = 0$

Aufgabe 5 Stellen Sie die lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten auf, deren charakteristisches Polynom die (mit entsprechender Vielfachheit) angegebenen Nullstellen hat. Bestimmen sie ein Fundamentalsystem und die allgemeine Lösung der Differentialgleichung!

T i) Nullstellen d. char. Polynoms: $0, 1, 1, 3$;

H ii) Nullstellen d. char. Polynoms: $-1, -1, -1, 7$.

H Aufgabe 6 Was ist die Wronski-Determinante und zu welchem Zweck wird sie berechnet? Was für einen Raum bilden die Lösungen einer homogenen linearen Differentialgleichung n -ten Grades?

Ist eine Lösungsbasis eine Vektorraumbasis?