

HÖHERE MATHEMATIK III für E-TECHNIKER

http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3_ET/

5. Übungsblatt

Aufgabe 1 \ddot{U} Lösen Sie die Laguerre-DGL mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes!

$$xy'' + (1-x)y' + my = 0 \quad \text{für } m \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2 \ddot{U} Lösen Sie die Euler-DGL mit Hilfe eines modifizierten Potenzreihenansatzes! Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ ist das Verfahren erfolgreich?

$$x^2y'' + axy' + by = 0 \quad \text{für } a, b \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 3 T Lösen Sie die DGL mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes!

$$y'' + 4xy' + (4x^2 - 2)y = 0$$

Aufgabe 4 H Man bestimme die Reihenentwicklungen von $\sin \omega t$ und $\cos \omega t$ aus der DGL $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ mittels Potenzreihenansatz!

Aufgabe 5 T/H Die schwingende Kreismembran (z.B. eine Trommel) mit Mittelpunkt 0 und Radius 1 erfüllt folgendes Randwertproblem für die zweidimensionale Wellengleichung:

$$\begin{aligned} u_{tt} = c^2(u_{xx} + u_{yy}) = c^2\Delta u & \quad \text{für } x^2 + y^2 \leq 1 \\ u(x, y, t) = 0 & \quad \text{für } x^2 + y^2 = 1 \end{aligned}$$

i) Transformieren Sie die DGL auf Polarkoordinaten!

ii) Lösen Sie die transformierte DGL mit einem Separationsansatz! Für welche Werte der verschiedenen auftretenden Separationskonstanten ergibt sich eine (sinnvolle) Lösung der DGL?

iii) Für den Radius $R(r)$ erhält man als Lösungen $R_n(r) = J_n(\omega r)$ (Besselfunktionen). Für welche Werte von ω erhält man eine Lösung, die die Randwerte erfüllt?