

HÖHERE MATHEMATIK III für E-TECHNIKER

http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS00/HM3_ET/

8. Übungsblatt

Aufgabe 1 Ü Man zeige, dass das Rand-Eigenwert-Problem

$$y'' + \frac{\lambda}{x^2}y = 0 \quad y(a) = y(b) = 0 \quad \text{für } 0 < a < b$$

die Eigenwerte $\lambda_n = \frac{1}{4} + \left(\frac{n\pi}{\ln a/b}\right)^2$ besitzt.

Wie lauten die Eigenfunktionen?

Aufgabe 2 Ü Schreiben Sie das DGL-System 2. Ordnung in ein DGL-System erster Ordnung um!

$$\ddot{I}_1 = a_1 I_1 + a_2 I_2 + a_3 \cos \omega t$$

$$\ddot{I}_2 = b_1 I_1 + b_2 I_2 + b_3 \cos \omega t$$

Aufgabe 3 Ü Finden Sie eine partikuläre Lösung für das DGL-System!

$$\dot{y}_1 = 2y_1 - 5y_2 + \sin t$$

$$\dot{y}_2 = y_1 - 2y_2 + \cot t$$

Aufgabe 4 Man löse das Rand-Eigenwert-Problem!

$$\text{T} \quad y'' - 4y' + y + \lambda y = 0 \quad y(0) = 0 \quad y'(\pi) = 0$$

$$\text{H} \quad y'' + 2y' + \lambda y = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad y(\pi) = 0$$

Aufgabe 5 Schreiben Sie die DGL in ein DGL-System erster Ordnung um!

$$\text{T} \quad x^4 y^{(4)} + x^3 y''' + x^2 y'' + x y' + y = \sin \omega x$$

$$\text{H} \quad y''' - \frac{1}{x^2} y'' + \frac{1}{x} y = e^{x^2}$$

Aufgabe 6 Finden Sie eine partikuläre Lösung für das DGL-System!

$$\text{T} \quad \dot{y}_1 = 4y_1 + 5y_2 + 4e^t \cos t \quad \text{H} \quad \dot{y}_1 = 3y_1 - 4y_2 + e^t$$

$$\dot{y}_2 = -2y_1 - 2y_2 \quad \dot{y}_2 = y_1 - y_2 + e^t$$