

Analysis I–Klausur

Name: Vorname:
Matr.-Nr.: Studiengang:

Geben Sie bei allen Antworten eine Begründung bzw. einen Beweis an.
Die Klausur ist mit 32 Punkten bestanden.

1. Aufgabe (10 Punkte)

Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2.$$

2. Aufgabe (10 Punkte)

Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $x + iy$, $x, y \in \mathbb{R}$:

$$z_1 = \frac{5}{3 + 4i}, \quad z_2 = \left(\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)^{16}.$$

3. Aufgabe (10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Polynome 5. Grades mit reellen Koeffizienten mit den Nullstellen 0 , i und $i + 1$, deren 5. Ableitung konstant gleich $5!$ ist.

4. Aufgabe (10 Punkte)

Bestimmen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot(x) - \frac{1}{x} \right).$$

