

14. Übung Analysis I

(Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung, Integrationsregeln, Partialbruchzerlegung, uneigentliche Integrale)

Übungsaufgaben

1. Aufgabe

Geben Sie alle Stammfunktionen der folgenden Funktionen an.

a) $\cosh(x)$, b) $\tanh(x)$, c) $\arctan(x)$.

2. Aufgabe

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$, b) $\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \sqrt{1+x^2} dx$, c) $\int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)}$,
d) $\int \frac{x^5+2x^3+x+1}{x^2(x^2+1)} dx$, e) $\int \cosh(2x) \cos x dx$, f) $\int \frac{x-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} dx$.

3. Aufgabe

Berechnen Sie im Falle der Existenz die folgenden Integrale.

a) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$, b) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$, c) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^5}} dx$.

Informationen zur Klausur

Die Klausur findet am Mittwoch, dem 13.2.2002, von 8⁰⁰–10 Uhr je nach Anfangsbuchstaben Ihres Nachnamens im

A–H: MA 005 bzw. I–Z: H 104

statt.

Bitte bringen Sie leere A4-Blätter und etwas zum Schreiben mit. Es sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen (unter anderem **keine Handys** und Taschenrechner). Bitte verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.

Die Klausurergebnisse werden ab Donnerstag, dem 14.2., vor dem Sekretariat von Frau Grub (MA 873) aushängen. Einwendungen zur Klausurkorrektur können Sie in der Sprechstunde von Herrn Peters im MA 861 immer mittwochs von 9 bis 11 (nicht am 27.2., 3.4., 10.4.) vorbringen. Ihre Klausur und gegebenenfalls Ihren Übungsschein können Sie dort oder bei Frau Grub abholen.

Tutoriumsvorschläge

1. Aufgabe

Bestimmen Sie die folgenden Integrale (falls sie existieren).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int e^x(x^3 + 1)dx, & \text{b) } \int \tan x dx, & \text{c) } \int \frac{5x^2+6x+4}{x^3+x^2-2} dx, \\ \text{d) } \int \sin(2x) \sin(3x) dx, & \text{e) } \int_0^{\sqrt{2}} x \sqrt{1+4x^2} dx, & \text{f) } \int_0^1 x^3 \sinh(x^2) dx, \\ \text{g) } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2x} dx, & \text{h) } \int_1^{\infty} \sin(x^2) dx, & \text{i) } \int_0^1 \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} dx. \end{array}$$

2. Aufgabe

Berechnen Sie den Flächeninhalt der von den Graphen der Funktionen

$$f(x) := \sin x \quad \text{und} \quad g(x) := \sin 2x$$

und den Geraden $x = 0$ und $x = \pi$ eingeschlossenen Flächenstücke.

Hausaufgaben

Die Punkte dieses Blattes sind Zusatzpunkte.

1. Aufgabe

(12 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale (falls sie existieren).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{18x^2+8x+7}{(6x+3)(x^2+1)} dx, & \text{b) } \int \cos(4x) \sin(2x) dx, & \text{c) } \int e^x \sin(3x) dx, \\ \text{d) } \int \frac{e^{3x}+3}{e^x+1} dx, & \text{e) } \int_1^e x^2 \ln(x^2) dx, & \text{f) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx, \\ \text{g) } \int_{-1}^0 \frac{x^2}{\sqrt{1-3x^3}} dx, & \text{h) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx, & \text{i) } \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}, \\ \text{j) } \int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx, & \text{k) } \int_0^1 x \ln x dx, & \text{l) } \int_0^{\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^3}} dx. \end{array}$$

2. Aufgabe

(3 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt der von den Graphen der Funktionen

$$f(x) := 2x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) := x^3 + 4x^2 - 2x - 3$$

und den Geraden $x = -2$ und $x = 4$ eingeschlossenen Flächenstücke.

Gesamtpunktzahl: 15