TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 03
Institut für Mathematik
Ferus / Peters
Abgabe: 28.10.2002
http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS02/AnalysisIII

1. Übung Analysis III

(Maße, Treppenfunktionen, Nullmengen)

Tutoriumsvorschläge

1. Aufgabe
Beweisen Sie, dass das Lebesgue Maß μ_1 ein Maß ist.

2. Aufgabe
Beweisen Sie:

a) $\chi_{A\cap B} = \chi_A \chi_B$ und $\chi_{A\cup B} = \chi_A + \chi_B - \chi_A\chi_B$

b) Das Produkt von Treppenfunktionen ist eine Treppenfunktion.

3. Aufgabe
Folgern Sie aus HA 4, dass man im Satz über die monotone Konvergenz von Treppenfunktionen die Voraussetzung $h_m \geq 0$ weglassen kann.

Hausaufgaben

1. Aufgabe (5 Punkte)
Beweisen Sie, dass das Dirac Maß ein Maß ist.

2. Aufgabe (5 Punkte)
Seien $I = I_1 \times \ldots \times I_n$, $J = J_1 \times \ldots \times J_n \in \mathrm{I}(\mathbb{R}^n)$. Beweisen Sie:

a) $I \cap J \in \mathrm{I}(\mathbb{R}^n)$.

b) $I \cup J \in \mathrm{I}(\mathbb{R}^n)$ genau dann, wenn für ein $i_0 \in \{1, \ldots n\}$ gilt $I_{i_0} \cup J_{i_0} \in \mathrm{I}(\mathbb{R})$ und für alle $i \in \{1, \ldots n\} \setminus \{i_0\}$ gilt $J_i = I_i$.

3. Aufgabe (5 Punkte)
Beweisen Sie, dass $\mathbb{R} \subset \mathbb{R}^2$ eine μ_2–Nullmenge ist.

4. Aufgabe (5 Punkte)
Sei φ ein Maß auf $\mathbb{R}^n$. Beweisen Sie, dass $I \in \mathrm{I}(\mathbb{R}^n)$ genau dann eine φ–Nullenge ist, wenn $\varphi(I) = 0$ ist.

Zusatzaufgabe
Spätestens in diesem Semester sollten Sie die Bilbliothek in Besitz nehmen. Die im Skript empfohlenen Bücher befinden sich im Handapparat - finden Sie diesen! Außerdem sollten sie sich an englische Literatur gewöhnen. Das Buch von Michael Spivak ist sicher ein guter Anfang.

Gesamtpunktzahl: 20