

10. Übung „Analysis III“

30.) Die Funktionen $f, g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ seien definiert durch

$$f(x, y, z) := x^2 + xy - y - z, \quad g(x, y, z) := 2x^2 + 3xy - 2y - 3z.$$

Zeigen Sie:

- (a) Die Menge $C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid f(x, y, z) = g(x, y, z) = 0\}$ ist eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^3 .
- (b) Vermöge der Abbildung $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3; t \mapsto (t, t^2, t^3)$ erhält man eine globale Parameterdarstellung von C .

2 + 2 Punkte

31.) Welche der folgenden Mengen sind k - dimensionale Untermannigfaltigkeiten des \mathbb{R}^n . Begründen Sie kurz Ihre Antwort und geben Sie die Dimension an, falls es sich um eine Untermannigfaltigkeit handelt.

- (a) Ein unendlicher Zylinder: $Z := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = R^2\}$, $R > 0$.
- (b) Ein im \mathbb{R}^2 eingebettetes Intervall: $I :=]0, 1[\times \{0\}$.
- (c) Das Cantorsche Diskontinuum: $C \subset [0, 1]$.
- (d) Die invertierbaren Matrizen $GL(n, \mathbb{R})$ aufgefasst als Teilmenge des \mathbb{R}^{n^2} vermöge der Inklusion $GL(n, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^{n^2}; (a_{jk})_{j,k=1,\dots,n} \mapsto v, v_{(j-1)n+k} := a_{jk}$.

1 + 1 + 2 + 2 Punkte

32.) Es seien $0 < r < R$ reelle Zahlen und

$$T^2 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2 + z^2 = r^2\}.$$

- (a) Fertigen Sie eine Skizze an und zeigen Sie: T^2 ist eine 2-dimensionale Untermannigfaltigkeit des \mathbb{R}^3 .
- (b) Begründen Sie: Es existiert kein Atlas für T^2 , der nur aus einer Karte besteht.
- (c) Finden Sie einen Atlas, der aus genau zwei Karten besteht.

2 + 2 + 2 Punkte

Abgabe: 2.2.04, in der Übung.

Bitter wenden!

Einwöchige Abschlussfahrt zur Vorbereitung zur Vordiplomsprüfung in einem/er Hotel/Jugendherberge in der Umgebung von Berlin.

Wann? 15.03-19.03 oder 22.03.-26.03 jeweils Montag bis Freitag Wohin? Kienbaum oder Jugendherberge in der Umgebung von Berlin

Wann wird abgestimmt ? Dienstag 20. Januar in der Pause der Analysis Vorlesung.

Wann ist Anmeldetermin ? Anmeldung am Montag 26. Januar in der Analysis Übung. Nur mit Baranzahlung von 50 Euro möglich. Anmeldung ist verbindlich. Jeder erhält eine Quittung und einen Anmeldebeleg.

Es kann sein, dass Bafögempfänger eine Ermäßigung erhalten. Deshalb sollten Betroffene eine Kopie der ersten Seite des Bescheides bei der Anmeldung mitbringen.

Alle die Interesse an der Teilnahme haben, sollten sich unter home.arcor.de/tom.vanck über die Bedingungen informieren.

Euer AnaFahrt Team