Technische Universität Berlin WS 03/04
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof.Dr. G. Frank / J. Meyer
Sekr. MA 8-2
`www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS03/Analysis3`

12.Übung „Analysis III “

Bitte geben Sie die Zusatzaufgaben nur ab, falls Sie befürchten, die erforderlichen 40% der Hausaufgabenpunkte noch nicht erreicht zu haben.

37.) **Zusatzaufgabe.** Es seien $M := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | (\sqrt{x^2+y^2}-2)^2 + z^2 \leq 1\}$,

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}; (x,y,z) \mapsto z \sin x^3 y^2; \quad g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}; (x,y,z) \mapsto z(y^2 - x^2) \sin xyz$$

Berechnen Sie:

(a) $\int_{\partial M} f(x) dS(x)$,
(b) $\int_M g(x) d^3x$.

3 + 3 Sonderpunkte

38.) **Zusatzaufgabe.** Es sei $A \subset \mathbb{R}^3$ ein Kompaktum mit glattem Rand und $0 \in A^\circ$. Mit $\nu : \partial A \to \mathbb{R}^n$ bezeichne man das äussere Einheits- Normalenvektorfeld von A und mit ω_n die Oberfläche der n-dimensionalen Einheitskugel. Zeigen Sie:

$$\int_{\partial A} \frac{< x, \nu(x) >}{\|x\|^n} dS(x) = \omega_n.$$

4 Sonderpunkte

39.) **Zusatzaufgabe.** Es sei wieder $A \subset \mathbb{R}^3$ ein Kompaktum mit glattem Rand, $\nu : \partial A \to \mathbb{R}^3$ das äussere Einheits- Normalenvektorfeld von A und $v_i : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad i = 1,2$ beliebig oft differenzierbare Vektorfelder. Zeigen Sie die Beziehung:

$$\int_A < v_1, \mathrm{rot}\ v_2 > d^3x = \int_A < v_2, \mathrm{rot}\ v_1 > d^3x + \int_{\partial A} < v_1 \times v_2, \nu > dS.$$

4 Sonderpunkte

Abgabe: 16.2.04, in der Übung.