Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Günter M. Ziegler
Axel Werner

Wintersemester 2004/2005
Algorithmische Geometrie

2. Übungsblatt

Abgabe am 11.11.2004

Aufgabe 5: **4 Punkte**

Seien $f,\ g : [0,1] \to \mathbb{R}$ zwei stetige, stückweise lineare Funktionen. Die Funktion f sei gegeben durch n Stützstellen $0 = x_1 < x_2 < \cdots < x_n = 1$ und zugehörige Werte $f_1 = f(x_1), \ldots, f_n = f(x_n)$. Die Funktion g sei durch die m Stützstellen $0 = y_1 < y_2 < \cdots < y_m = 1$ und die Werte $g_1 = g(y_1), \ldots, g_m = g(y_m)$ gegeben.
Gesucht ist die Funktion $\max(f, g)$, welche ebenfalls durch Stützstellen und zugehörige Werte gegeben sein soll. Beschreibe einen Algorithmus zur Berechnung von $\max(f, g)$, der lineare Laufzeit hat.

Aufgabe 6: **4 Punkte**

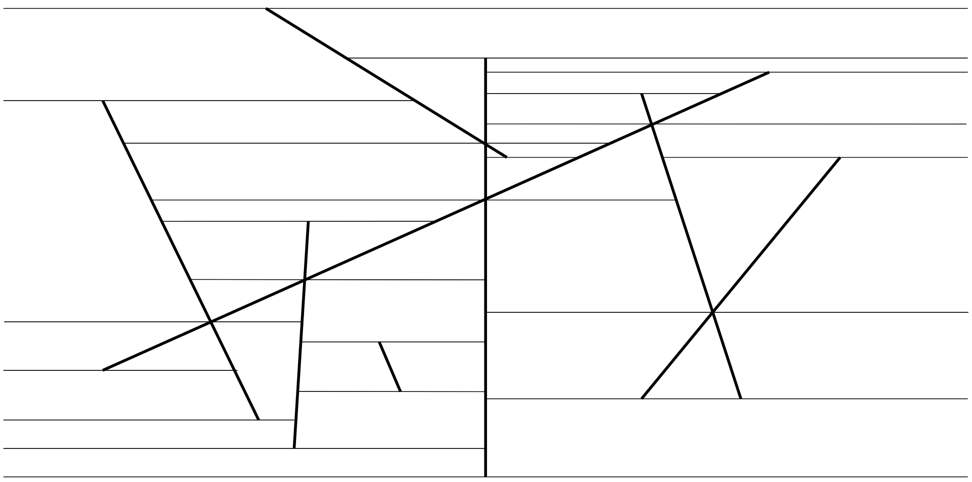
Sei S eine Menge von n Kreislinien im $\mathbb{R}^2$. Beschreibe einen Sweep-Algorithmus, welcher alle Schnittpunkte der Kreislinien berechnet. Der Algorithmus sollte eine Laufzeit von $O((n + k) \log n)$ haben, wobei k die Anzahl der Schnittpunkte ist (er ist also output-sensitiv).

Aufgabe 7: **4 Punkte**

Sei S eine Menge von n disjunkten Strecken im $\mathbb{R}^2$ und p ein Punkt, der nicht auf einer der Strecken liegt. Es sollen alle Strecken berechnet werden, die p “sieht”, d.h. alle Strecken von S, die einen Punkt q enthalten, so daß die offene Strecke pq keine Strecke von S schneidet.
Gib einen Sweep-Algorithmus an, der einen von p ausgehenden rotierenden Strahl benutzt. Welche Laufzeit hat der Algorithmus?

Aufgabe 8: **4 Punkte**

Gegeben seien n Strecken $S_1, \ldots, S_n$ in der Ebene, von denen keine horizontal ist. Es gebe s Schnittpunkte zwischen diesen Strecken. Die Frage ist, wieviele Strecken sich “horizontal sehen” können.
Dazu betrachten wir die folgende Zerlegung der Ebene in (endliche bzw. unendliche, evtl. entartete) Trapeze: zu jedem Anfangs-, End- oder Schnittpunkt v von Strecken füge horizontale Liniensegmente (bzw. Strahlen) ein, die von v nach rechts bzw. nach links gehen, bis sie auf eine andere Strecke S_i treffen.



Zeige, dass dann für die Anzahl a der entstandenen Trapeze gilt: $a \in O(n + s)$.