Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Günter M. Ziegler
Axel Werner

Wintersemester 2004/2005
Algorithmische Geometrie

7. Übungsblatt

Abgabe am 16.12.2004

Aufgabe 25: **4 Punkte**

Der Algorithmus SearchKdTree kann auch für die Abfrage bezüglich anderer Gebiete als Rechtecke verwendet werden. Zum Beispiel wird die Abfrage korrekt beantwortet, falls der Bereich ein Dreieck ist.

a) Zeige, dass die Abfragezeit bezüglich eines Dreiecks im schlimmsten Fall linear ist, sogar wenn keine Punkte zurückgegeben werden.

b) Angenommen, es wird eine Datenstruktur für die Beantwortung von Abfragen bezüglich Dreiecken benötigt, wobei nur Dreiecke benutzt werden, deren Kanten entweder horizontal oder vertikal sind oder Steigung gleich $+1$ oder -1 haben. Gib eine Datenstruktur an, die linearen Platz benötigt, so dass die Abfrage in $O(n^{3/4}+k)$ Zeit beantwortet werden kann, wobei k die Anzahl der zurückgegebenen Punkte ist.

Aufgabe 26: **4 Punkte**

Gegeben sei eine planare Unterteilung der Ebene (als DCEL), sowie ein Punkt p, der nicht auf einer der Segmente liegt.
Das Problem des *Vertical ray shooting* besteht darin, die Kante (oder auch die beiden Kanten) zu finden, die von einem von p aus nach oben gehenden Strahl zuerst geschnitten wird (bzw. werden).
Das Problem der *Ortsbestimmung* (Point location) ist, das Gebiet zu finden, welches p enthält.

a) Zeige, dass Vertical ray shooting äquivalent zur Ortsbestimmung ist, d. h. dass das eine Problem in das andere transformiert werden kann und umgekehrt.

b) Zeige, dass bei der Lösung des Vertical ray shooting mit Hilfe der Ortsbestimmung im schlimmsten Fall zusätzlich $O(n)$ Zeit veranschlagt werden muss, wobei n die Komplexität der DCEL ist.
Beschreibe eine Datenstruktur, mit der sich dieser zusätzliche Aufwand auf $O(\log n)$ reduzieren lässt.

Aufgabe 27: **4 Punkte**

Gib einen deterministischen Algorithmus zum Berechnen der Trapezzerlegung einer planaren Unterteilung an, der Laufzeit $O(n \log n)$ hat.