TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
Fakultät II – Institut für Mathematik
Prof. Günter M. Ziegler
Axel Werner

Wintersemester 2004/2005
Algorithmische Geometrie

13. Übungsblatt

Abgabe am 10.2.2005

Aufgabe 44: **4 Punkte**

Es sei $X \subset \mathbb{R}^d$ eine endliche Menge von Punkten und F die Menge der Facettennormalen der (nicht notwendigerweise volldimensionalen) konvexen Hülle $P = \operatorname{conv} X$.
Gib einen Algorithmus an, der die Ecken von P bestimmt. Wie ist seine Laufzeit?

Aufgabe 45: **4 Punkte**

a) Sei Δ ein d-dimensionaler Simplex mit Ecken $p_1, \dots, p_{d+1}$. Gib einen Algorithmus an, der gleichverteilt zufällige Punkte aus Δ liefert, zeige Korrektheit und bestimme die Laufzeit.

b) Nun sei P ein beliebiges d-dimensionales Polytop mit Ecken $q_1, \dots, q_n$. Finde einen Algorithmus, der aus P gleichverteilte Zufallspunkte liefert und diskutiere seine Laufzeit.

Aufgabe 46: **4 Punkte**

Es sei

$$P_d \;:=\; \left\{ x = (x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d \;\middle|\; 0 \le x_i \le 1,\ \frac{d-1}{2} \le \sum_{i=1}^{d} x_i \le \frac{d+1}{2} \right\}.$$

a) Beschreibe die Facetten von P_d.

b) Bestimme die Eckenanzahl von P_d und gib an, in welchen Facetten jeweils die Ecken liegen.
(*Hinweis:* Die Kombinatorik von P_d hängt davon ab, ob d gerade oder ungerade ist!)

Aufgabe 47: **4 Punkte**

Das Polytop $\operatorname{Cor}(n) \subset \mathbb{R}^{n^2}$ sei definiert durch

$$\operatorname{Cor}(n) \;:=\; \operatorname{conv} \left\{ xx^t \;\middle|\; x \in \{0,1\}^n \right\}.$$

a) Zeige: $\operatorname{Cor}(n)$ hat 2^n Ecken und die Dimension $\frac{n(n+1)}{2}$.

b) Bestimme $\operatorname{Cor}(2)$ und $\operatorname{Cor}(3)$.