Kapitel 6: Algorithmen auf Arrays

6.1 Suche einer Komponente mit vorgegebenem Wert

- sequentielle Suche
- binäre Suche

} Powerpoint
Binäre Suche.pdf siehe ekreide

www

6.2 Lineare Gleichungssysteme

6.2.1 Vektoren und Matrizen

n-Vektoren $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad x_i \in \mathbb{R}$

m × n Matrix

Zeilen (m), # Spalten (n)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & & a_{2n} \\ & & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & & & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Zeile 2

Spalte 3

$a_{ij} \in \mathbb{R}$

Zeilenindex (i), Spaltenindex (j)

Multiplikation von Matrizen und Vektoren bzw. Matrizen

Matrix-Vektor Multiplikation

$$A \cdot x = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ & \cdots & & \\ a_{m1} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots a_{1n} x_n \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2n} x_n \\ \vdots \\ a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mn} x_n \end{pmatrix}$$

erfordert dass
Zeilenlänge von A
= Länge von x ist

"dimensionsverträglich"

Vektor der Länge m

<u>Bsp</u>

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + (-1) \cdot (-1) + 0 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 \cdot 1 + (-1)(-1) + 1 \cdot 2 = 6$$

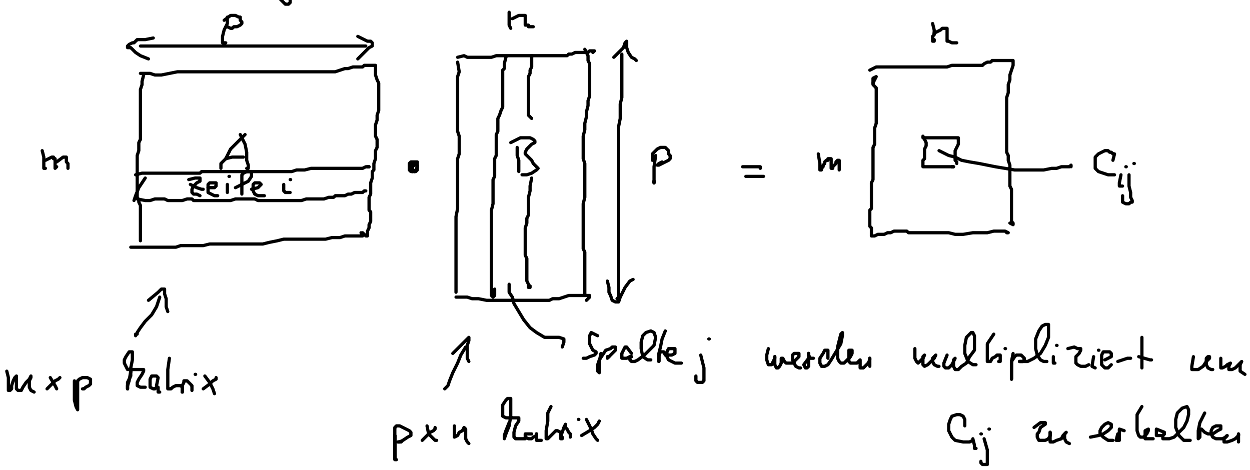
Skalarprodukt zweier Vektoren

Zahl

<u>Matrix - Matrix - Multiplikation</u>

$$A \cdot B = C \leftarrow \text{Ergebnismatrix}$$

Dimensionsverträglichkeit:



$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{ip} \cdot b_{pj}$$
$$= \sum_{k=1}^{p} a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boxed{-3} & \boxed{1} \\ \boxed{1} & \boxed{-2} \end{pmatrix} \quad 2 \times 2$$

$\square = 1 \cdot (-2) + 0 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 = -3$

$\square = 0 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 = -2$

Anwendungen in vielen Teilgebieten der Mathematik und Ingenieurwissenschafte

hier: (lineare) Produktionsmodelle

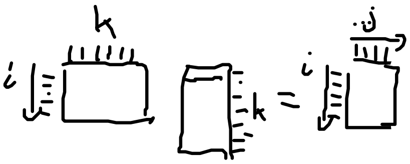
und Lösung von linearen Gleichungssystemen

Vorher: Realisierung von Vektoren, Matrizen und Multiplikation in Java

Vektoren $\hat{=}$ `double [] vec = new double [n];`

Matrizen $\hat{=}$ `double [][] matrix = new double [m][n];`

Multiplikation:




```
double [][] a = new double [m][p];    ≙ A
double [][] b = new double [p][n];    ≙ B
double [][] c = new double [m][n];    ≙ C = A·B
```

```
for (int i = 0; i < a.length; i++) {
    for (int j = 0; j < b[0].length; j++) {
        c[i][j] = 0;
        for (int k = 0; k < b.length; k++) {
            c[i][j] += a[i][k] * b[k][j]
        }
    }
}
```

$\underbrace{\texttt{a.length}}_{m}$, $\underbrace{\texttt{b[0].length}}_{n}$, $\underbrace{\texttt{b.length}}_{p}$

$\hat{=}$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{p} a_{ik} b_{kj}$$

Multiplikation einbauen als Methode in eine Klasse Matrix

multiply(Matrix b)

a.multiply(b) multipliziert a mit b und

a wird dadurch verändert zu a·b

Java Code für Matrix Klasse