

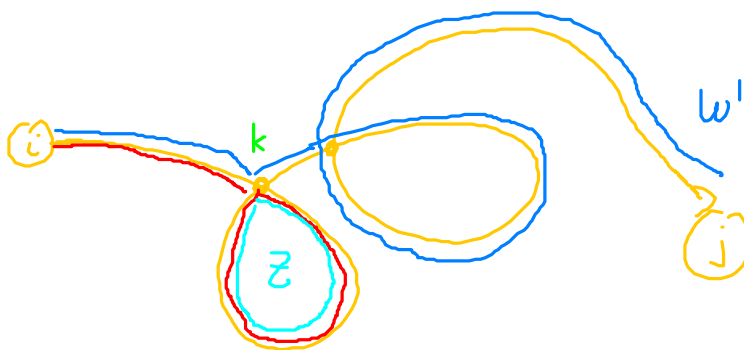
Kürzeste Wege

Berechnung der Bellman Gleichung
und der kürzesten Weplängen

siehe pdf File ekno.de

Lemma: Hat G keine negativen Zyklen
und gibt es einen Weg von i nach j
so existiert ein kürzester Weg von i nach j
der elementar ist

Beweis



Betrachte Weg w von i nach j . Falls dieser nicht elementar ist
so sei k der erste doppelt vorkommende Knoten

$\Rightarrow w$ zerfällt in Zykel z und Teilweg w' von w
 \uparrow
von k nach k

$$\text{Länge}(w) = \underbrace{\text{Länge}(z)}_{\geq 0} + \text{Länge}(w')$$

$$\Rightarrow \text{Länge}(w') \leq \text{Länge}(w)$$

\Rightarrow durch Weglassen von Zykel wird die Weglänge kleiner
oder bleibt gleich

$\Rightarrow \exists$ kürzester Weg, der elementar ist \square