

1. Übungsblatt

„Einführung in die Numerische Mathematik“

<http://www.math.tu-berlin.de/>

Die LU -Zerlegung

1. Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ und bezeichne mit $A[k] = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,k}$.
 - (a) Sei $A = LU$. Zeigen Sie $\det A[k] = u_{11} \cdots u_{kk}$.
 - (b) Sei $\det A[k] \neq 0$, für alle $k = 1, \dots, n-1$. Zeigen Sie, dass A eine LU -Zerlegung besitzt.

4 Punkte

2. Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ und $\det A \neq 0$ und nehmen Sie an, dass A eine LU -Zerlegung besitze. Zeigen Sie, dass die LU -Zerlegung eindeutig ist.
Hinweis. Zeigen Sie zunächst, dass L^{-1} eine untere Dreiecksmatrix ist. 4 Punkte

3. Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ mit $\det A \neq 0$ und nehmen Sie an, dass A eine Zerlegung der Form $A = QR$ besitze, wobei Q eine orthogonale Matrix und R eine obere Dreiecksmatrix ist. Geben Sie in Analogie zur LU -Zerlegung ein Algorithmus zur Lösung des Systems $Ax = b$ an, welches die Faktorisierung $A = QR$ benutzt. Wie teuer ist der Algorithmus? 4 Punkte

4. Man bestimme (näherungsweise) das Infimum aller ε , für die MATLAB erkennt, dass $1 + \varepsilon > 1$.
Hinweis. Ein Rechner arbeitet nicht im Zehnersystem, sondern im Dualsystem. 4 Punkte