

### 3. Übungsblatt „Einführung in die Numerische Mathematik“

<http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS04/EinfNumMat/>

#### Cholesky-Zerlegung und Kondition

---

1. Stelle folgende Dezimalzahlen im Dual-, Hexadezimalsystem sowie im Zwölfersystem dar (d.h.  $p = 2, 16, 12$ ).

$$275, 0.1, 1/3, 12.125$$

Für  $p = 12, 16$  verwende man  $A, B$  als Ziffern für 10, 11, bzw.  $C-F$  für 12–15. 4 Punkte

2. Sei

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & & \\ a_{21} & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & & a_{n-1,n} & \\ & & & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

tridiagonal. Wieviel Operationen ( $+, -, *, /$ ) braucht der Gauß-Algorithmus, falls nicht permutiert werden muß und der Algorithmus durchgeht? Wie teuer sind Vorwärts- und Rückwärtseinsetzen? 4 Punkte

3. Gegeben sei das Polynom

$$P(x) = x^2 - 2px + q,$$

wobei  $p > 1 \gg q > 0$ . Zeigen Sie, dass das Problem der Bestimmung der kleineren Nullstelle von  $P(x)$  für diese Werte von  $p$  und  $q$  ein gut konditioniertes Problem ist. Schätzen Sie die dazu Koeffizienten der drei Matrizen  $K_1, K_2$  ab. Für welche der Matrizen erhalten Sie die besten Schranken? 4 Punkte

- P2** (a) Schreibe einen **MATLAB**-Algorithmus zur Berechnung der Cholesky-Zerlegung. Vergleiche den Algorithmus bezüglich Rechengenauigkeit und Rechenzeit mit der Funktion 'chol' und dem '\ ' aus **MATLAB** für  $n = 10, 20, 30, 40, \dots, 100$  und zufällig erzeugten positiv definiten Matrizen  $A = MDM^T, M = rand(n), D = diag(1, 2, 4, 9, \dots, n^2)$ .

- (b) Schreibe einen **MATLAB**-Algorithmus zur Berechnung der Cholesky-Zerlegung für tridiagonale Matrizen. Vergleiche den Algorithmus bezüglich Rechengenauigkeit und Rechenzeit mit der Funktion 'chol' und dem '\ ' aus **MATLAB** für  $n =$

10, 20, 30, 40,  $\dots$ , 100 anhand der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & & & \\ -1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & -1 & \\ & & & -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

Zu dieser Aufgabe sind vorgefertigte Programme zu vervollständigen, siehe Homepage.