WS 2005/06
Prof. Dietmar Hömberg
Daniela Kern

Technische Universität Berlin
Fakultät II
Institut für Mathematik

8. Übung zur LV Nichtlineare Optimierung

Theoretische Aufgaben: (Abgabe in der Vorlesung am 6.01.06)

1. (3 Punkte) Für die Matrix $A \in \mathbb{R}^{m,n}$ mit $m > n$ und $\operatorname{rang} A = n$ sei eine Zerlegung $A = QR$ bekannt, wobei $Q \in \mathbb{R}^{m,n}$, $Q^T Q = I_n$, und $R \in \mathbb{R}^{n,n}$ obere Dreiecksmatrix ist. Außerdem sei ein Vektor $b \in \mathbb{R}^m$ gegeben. Bestimmen Sie eine bestmögliche Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$, d.h. die optimale Lösung von $\|Ax - b\|_2 \to \min$.

2. (2 Punkte) Lösen Sie folgende Aufgaben mit der Lagrangemethode!

$$\begin{cases} \min f(x) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \\ 4x_2 - 4x_3 = -12 \end{cases}$$

3. (3 Punkte) Gegeben sei folgendes Minimierungsproblem:

$$\begin{cases} \min f(x) = x_1^2 + (x_2 - x_3)^2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \end{cases} .$$

   Berechnen Sie eine Nullraummatrix der Gleichungsnebenbedingungen. Überführen Sie damit dieses Problem in ein unrestringiertes, und berechnen Sie die stationären Punkte. Untersuchen Sie, ob lokale Extrema vorliegen.

4. (4 Punkte) Gesucht ist der Punkt auf der Parabel $x^2 - 4y = 0$, der dem Punkt $(0, 1)$ in der Euklidischen Norm am nächsten liegt.

   (a) Versuchen Sie das Problem zu lösen, indem die Gleichung $x^2 - 4y = 0$ verwendet wird, um x^2 aus der Zielfunktion zu eliminieren. Was passiert? Warum?

   (b) Eliminieren Sie nicht x^2 sondern y.

   (c) Verwenden Sei den Lagrangezugang!

Wir wünschen schöne Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr!