

1. Übung zur LV Nichtlineare Optimierung

Scheinkriterien:

- Jede/r Teilnehmer/in muß in den Hausaufgaben mindestens 50 % der Punkte aus den theoretischen Aufgaben und mindestens 50 % der Punkte aus den Programmieraufgaben erreichen. Die Bearbeitung kann in Zweiergruppen erfolgen.
- Die bearbeiteten Aufgaben werden von den Teilnehmer/inne/n an der Tafel vorgerechnet.

Theoretische Aufgaben: (Abgabe in der Vorlesung am 4.11.05)

1. (1+1 Punkte) Schreiben Sie die Funktionen

(a) $f(x_1, x_2) = 7x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_1x_2 - 4x_1 + 9$

(b) $f(x_1, x_2) = 6x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_1x_2 - 3x_1 + 8x_2 + 9$

in der Form $f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + b^T x + c$ mit symmetrischer Matrix $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Ist H positiv definit?

2. (2 Punkte) Zeigen Sie: $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ist genau dann positiv definit, d.h. $x^T Hx > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, wenn ein $\alpha > 0$ existiert, so daß $x^T Hx \geq \alpha \|x\|_2^2$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.

3. (1 Punkte, vgl. Bsp. 1.3.1) Sei $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ positiv definit, $b \in \mathbb{R}^n$ und $f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + b^T x$. Zeigen Sie: $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

4. (3 Punkte, vgl. Bsp. 1.3.2) Zeigen Sie, daß für $m \in \mathbb{N}$ die Matrix

$$H = 2 \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m \xi_i^2 & \sum_{i=1}^m \xi_i \\ \sum_{i=1}^m \xi_i & m \end{pmatrix}$$

positiv definit ist, wenn mindestens zwei der ξ_i verschieden sind.

5. (2+2+4+1 Punkte) Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen. Wo liegen lokale Minima/Maxima vor?

(a) $f(x) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$

(b) $f(x) = 2x_1^4 + x_2^4 - x_1^2 - 2x_2^2$

(c) $f(x) = x_1 + x_2 + 4 \sin x_1 \cos x_2$

(d) $f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + \frac{1}{2}x_5^2 - 4(x_1 + x_2) - 2(x_3 + x_4) - x_5 + 6.5$, vgl. Bsp. 1.5.5

6. (2 P) FERMAT: Es ist ein rechtwinkliges Dreieck größten Flächeninhalts unter der Nebenbedingung gesucht, daß die Summe der Länge seiner Katheten gleich einer gegebenen Zahl ist.

Termine und Räume:

		Zeit	Raum		Sprechzeit	Raum
VL	Do	14-16	MA 545	Dietmar Hömberg	D0 11:00-12:00	MA 474
	Fr	10-12	MA 545			
Ü	Die	10-12	MA 548	Daniela Kern	Die 12:00-13:00	MA 474

Achtung: 1. Übung am 8.11.05

Keine Vorlesung am 28.10. und am 1.11.!

Homepage der Veranstaltung ist:

<http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS05/NonLinOpt/>