

2. Übung zur LV Nichtlineare Optimierung

Theoretische Aufgaben: (Ausnahmsweise Abgabe in der Übung am 8.11.2005)

1. (3 Punkte) Lösen Sie die folgenden Aufgaben durch Elimination einer Variablen.

$$(a) \begin{cases} x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 \rightarrow \min \\ 4x_1 + 12x_2 = 120 \\ 6x_2 + 12x_3 = 120 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min \\ x_1^3 + x_2^3 = 1 \end{cases} \quad (c) \begin{cases} x_1x_2x_3 \rightarrow \min \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2. (3 P) Bestimmen Sie die Maße einer zylindrischen Dose (Inhalt 1 Liter) mit Boden, aber ohne Deckel, so dass der Materialverbrauch minimiert wird. Dabei ist die Wanddicke so gering, dass sie zu vernachlässigen ist.
3. (3 Punkte ,vgl. Korollar 1.2.3) Zeigen Sie, daß für eine stetige Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ und beliebiges $w \in \mathbb{R}^n$ die Niveaumenge $\mathcal{N}(f, f(w))$ kompakt ist.
4. (1 P., Bsp. 1.3.3) Zeige: $f(x) = x$ ist konvex, $f(x) = x^2$ ist streng konvex.
5. (2 P., Bsp. 1.3.6) Zeige: Ist H positiv definit, so ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + b^T x$ streng konvex.
6. (2 P., Bsp. 1.4.5) Zeige: Die Funktion

$$f(x_1, \dots, x_5) = 2x_1^5 + 2x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + \frac{1}{2}x_5^2 - 4(x_1 + x_2) - 2(x_3 + x_4) - x_5 + 6.5$$

hat ein globales Minimum an der Stelle $x = (1, 1, 1, 1, 1)^T$.

7. (3 Punkte) Bestimmen Sie den minimalen Abstand des Punktes $(5, 2)$ von der Parabel $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2 + 2x\}$. Stellen Sie das Problem auch grafisch dar.
8. (3 Punkte) Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ auf dem Einheitskreis. Handelt es sich um ein eindeutiges Minimum?
9. (3 Punkte) Bestimmen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = x_1^3 + x_2^3$ auf dem Einheitskreis.

Termine und Räume:

		Zeit	Raum		Sprechzeit	Raum	
VL	Do	14-16	MA 545	Dietmar Hömberg	D0	11:00-12:00	MA 474
	Fr	10-12	MA 545				
Ü	Die	10-12	MA 548	Daniela Kern	Die	12:00-13:00	MA 474

Achtung: 1. Übung am 8.11.05
Keine Vorlesung am 28.10. und am 1.11.!
 Homepage der Veranstaltung ist:

<http://www.math.tu-berlin.de/Vorlesungen/WS05/NonLinOpt/>