Technische Universität Berlin Wintersemester 2005/06
Fakultät II; Institut für Mathematik
Prof. Dr. R. Nabben/C. Mense 11. Januar 2006

Numerische Mathematik

10. Übungsblatt zur Vorlesung

23. Aufgabe **insg. 6 Punkte**

Seien $\rho(z)$ und $\sigma(z)$ die beiden charakteristischen Polynome eines konvergenten linearen k-Schrittverfahrens.
Zeigen Sie: Falls ρ und σ eine gemeinsame Nullstelle c haben, so ist $c \neq 1$ und das zu $\widehat{\rho}(z) := \frac{\rho(z)}{z-c}$ und $\widehat{\sigma}(z) := \frac{\sigma(z)}{z-c}$ gehörige lineare Mehrschrittverfahren ist konsistent von gleicher Ordnung und ebenfalls konvergent.

24. Aufgabe **insg. 4 Punkte**

Betrachten Sie, für die Differentialgleichung $y' = f(t, y)$ mit f genügend oft stetig differenzierbar, die folgenden Mehrschrittverfahren: $(f_n = f(t_n, u_n))$

i) $u_{n+2} = u_n + \frac{h}{2}\,[f_{n+1} + \alpha\ f_n]$
ii) $u_{n+2} = \beta\ u_{n+1} + 5\ u_n + h[\alpha\ f_{n+1} + 2\ f_n]$

Wie müssen α, β in i), ii) gewählt werden, damit Konsistenz vorliegt? Bestimmen Sie Konsistenzordnung. Sind die Verfahren auch konvergent?

25. Aufgabe **insg. 6 Punkte**

Berechnen Sie die Bereiche absoluter Stabilität beim impliziten und expliziten Euler-Verfahren und bei der Mittelpunktsregel. Skizzieren Sie diesen Bereich.

Programmieraufgabe

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe $y' = -40y, y(0) = 1$ im Intervall $[0, 1]$ mit dem Euler-Verfahren für die Schrittweiten $0.06, 0.04, 0.02$. Interpretieren Sie die Ergebnisse.