Technische Universität Berlin Sommersemester 2004
Fakultät II; Institut für Mathematik
Prof. Dr. R. Nabben/C. Mense 20. Oktober 2005

Numerische Mathematik

1. Übungsblatt zur Vorlesung

1. Hausaufgabe **insg. 4 Punkte**

Beweisen Sie:

Sei G eine offene und beschränkte Teilmenge von $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$. Weiter sei

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n & \to & \mathbb{R}^n \\ (x, y) & \mapsto & f(x, y) \end{array}$$

eine stetige Funktion und die partielle Ableitung $\frac{\delta}{\delta y} f$ sei ebenfalls stetig auf $\overline{G}$. Dann ist f bezüglich der zweiten Variabel y Lipschitzstetig auf G.

2. Hausaufgabe **insg. 4 Punkte**

Beweisen Sie:

Jede Lipschitzstetige Funktion ist auch gleichmäßig stetig und jede gleichmäßig stetige Funktion ist auch punktweise stetig. Die Umkehrungen gelten jeweils nicht.
Hinweis: Der erste Teil ist für die Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ zu zeigen. Für die Umkehrung können Sie den Definitionsbereich frei wählen.

3. Hausaufgabe **insg. 4 Punkte**

Geben Sie *alle* Lösungen der folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen an. Sind die Lösungen auf ganz $\mathbb{R}$ definiert?

a) $y(t)y'(t) = y^2(t)(1 + t)$ **2 Pkt**

b) $y'(t) = e^{y(t)} \cos(t),\ y(0) = 1$ **2 Pkt**

4. Hausaufgabe **insg. 4 Punkte**

Reduzieren Sie die folgenden gewöhnlichen Differentialgleichungen durch Hinzuname zusätzlicher Variablen auf ein System 1. Ordnung. Falls das entstandene System linear ist, schreiben Sie das System in Matrix-Vektor-Schreibweise.

a) $y'''(t) - (1 + t)y''(t) - 3y'(t) = y(t)$ **2 Pkt**

b) $y''(t) - \frac{1}{t} y'''(t) = y(t)y'(t) - t^4 \cos(t)$ **2 Pkt**