Technische Universität Berlin Wintersemester 2005/06
Fakultät II; Institut für Mathematik
Prof. Dr. R. Nabben/C. Mense 21. November 2005

Numerische Mathematik

5. Übungsblatt zur Vorlesung

13. Aufgabe **insg. 6 Punkte**

Betrachten Sie das klassische Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung für die Anfangswertaufgabe

$$y'(t) = -Ky(t) \quad y(0) = y_0 \quad \text{mit} \quad K \in \mathbb{R}^+.$$

Für welche Schrittweiten h bleibt die Näherungslösung (wie die exakte Lösung) beschränkt (d.h. $|u_{j+1}| \leq |u_j|$).

14. Aufgabe **insg. 8 Punkte**

Betrachten Sie das allgemeine Mehrschrittverfahren

$$u_{j+1} + \alpha_0 u_j = h(\beta_0 f(t_j, u_j) + \beta_1 f(t_j + h, u_{j+1})), \; j = 0, 1, \ldots$$

Bestimme $\alpha_0, \beta_0, \beta_1$ so, daß der lokale Diskretisierungsfehler $\tau(\hat{t}, z, h, f)$ minimal wird.

15. Aufgabe **insg. 2 Punkte**

Untersuchen Sie das lineare Mehrschrittverfahren

$$u_{j+2} - 2u_{j+1} + u_j = 0, \; j = 0, 1, 2, \ldots$$

auf Konsistenz.

Programmieraufgabe

Gegeben sei die Anfangswertaufgabe

$$y' = y, \quad y(0) = 1 \; .$$

Lösen Sie diese Anfangswertaufgabe mit dem Verfahren

$$u_{j+2} - 2u_{j+1} + u_j = 0, \; j = 0, 1, 2, \ldots$$

im Intervall $[0, 1]$. Verwenden Sie die Schrittweiten $h = 10^{-1}, 10^{-3}$ und als Startwerte u_0, u_1 die exakten Werte der Lösung.