

## Numerische Mathematik

### 8. Übungsblatt zur Vorlesung

#### 19. Aufgabe

insg. 10 Punkte

Sei  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ . Zeige:

$\|A^k\| < \infty$  für alle  $k \in \mathbb{N} \iff$  Alle Eigenwerte  $\lambda$  von  $A$  sind betraglich kleiner oder gleich 1 und Eigenwerte mit Betrag 1 haben nur lineare Elementarteiler (algebraische Vielfachheit = geometrische Vielfachheit).

#### 20. Aufgabe

insg. 10 Punkte

Betrachte das Verfahren von Milne–Simpson

$$u_{j+2} = u_j + \frac{h}{3} \{f_{j+2} + 4f_{j+1} + f_j\}$$

für die Testaufgabe

$$y' = \lambda y \quad y(t_0) = y_0$$

mit  $\lambda < 0$ . Sei die Schrittweite  $h$  fest gewählt und  $u_0 = y_0$ . Wie muss  $u_1$  gewählt werden, damit

$$|u_{i+1}| \leq |u_i|$$

gilt.

**Hinweis:** Überführen Sie das Verfahren in eine Differenzgleichung und betrachten Sie die Nullstellen des entsprechenden Polynoms.

#### Programmieraufgabe

Programmieren Sie zwei  $P(EC)^{m_0}E$ -Verfahren. Dabei soll zu einem das Verfahren von Adams–Moulton mit dem Prädiktor Adams–Bashforth und zum anderen das Verfahren von Milne–Simpson mit dem Prädiktor Nyström implementiert werden. Fehlende Startwerte sollen durch das Verfahren von Runge–Kutta ergänzt werden.

**Hinweis:** Auf der Homepage finden Sie vorbereitete MatLab-Routinen, die Sie nur noch ergänzen müssen.