

## Numerische Mathematik

### 10. Übungsblatt zur Vorlesung

#### 23. Aufgabe

insg. 6 Punkte

Seien  $\rho(z)$  und  $\sigma(z)$  die beiden charakteristischen Polynome eines konvergenten linearen  $k$ -Schrittverfahrens.

Zeigen Sie: Falls  $\rho$  und  $\sigma$  eine gemeinsame Nullstelle  $c$  haben, so ist  $c \neq 1$  und das zu  $\hat{\rho}(z) := \frac{\rho(z)}{z-c}$  und  $\hat{\sigma}(z) := \frac{\sigma(z)}{z-c}$  gehörige lineare Mehrschrittverfahren ist konsistent von gleicher Ordnung und ebenfalls konvergent.

#### 24. Aufgabe

insg. 4 Punkte

Betrachten Sie, für die Differentialgleichung  $y' = f(t, y)$  mit  $f$  genügend oft stetig differenzierbar, die folgenden Mehrschrittverfahren: ( $f_n = f(t_n, u_n)$ )

i)  $u_{n+2} = u_n + \frac{h}{2} [f_{n+1} + \alpha f_n]$

ii)  $u_{n+2} = \beta u_{n+1} + 5 u_n + h[\alpha f_{n+1} + 2 f_n]$

Wie müssen  $\alpha, \beta$  in i), ii) gewählt werden, damit Konsistenz vorliegt? Bestimmen Sie Konsistenzordnung. Sind die Verfahren auch konvergent?

#### 25. Aufgabe

insg. 6 Punkte

Berechnen Sie die Bereiche absoluter Stabilität beim impliziten und expliziten Euler-Verfahren und bei der Mittelpunktsregel. Skizzieren Sie diesen Bereich.

#### Programmieraufgabe

Lösen Sie die Anfangswertaufgabe  $y' = -40y, y(0) = 1$  im Intervall  $[0, 1]$  mit dem Euler-Verfahren für die Schrittweiten 0.06, 0.04, 0.02. Interpretieren Sie die Ergebnisse.