

## Numerische Mathematik

### 13. Übungsblatt zur Vorlesung

#### 30. Aufgabe

insg. 6 Punkte

- a) Konstruieren Sie eine 5-Punkt-Differenzenformel

$$a_2y(t+2h) + a_1y(t+h) + a_0y(t) + a_{-1}y(t-h) + a_{-2}y(t-2h) \approx y''(t),$$

so dass der Diskretisierungsfehler in der Größenordnung  $\mathcal{O}(h^4)$  ist.

4 Pkt

- b) Nehmen Sie an, dass das Problem  $-y''(t) = 0$ , mit  $t \in [0, 1]$  und den Randbedingungen  $y(0) = y(1) = 1$  gegeben sei. Welches Problem tritt auf, wenn diese Differentialgleichung mit der Diskretisierung aus Teil a) behandelt werden soll?

2 Pkt

**Hinweis:** Taylorentwicklung für  $y(t \pm h)$  und  $y(t \pm 2h)$ .

#### 31. Aufgabe

insg. 4 Punkte

Betrachten Sie das eindimensionale Randwertproblem

$$-y''(t) + ty'(t) = \sin(\pi t)$$

mit den Randbedingungen  $y(0) = y(1) = 0$ .

- a) Diskretisieren Sie dieses Problem mit Hilfe der Differenzenformeln

2 Pkt

$$y''(t_i) \approx \frac{y(t_{i+1}) - 2y(t_i) + y(t_{i-1}))}{h^2}$$
$$y'(t_i) \approx \frac{y(t_{i+1}) - y(t_{i-1}))}{2h}$$

- b) Schreiben Sie das Problem in Matrix-Vektor-Schreibweise in der Form  $T\vec{u} = \vec{b}$ .

2 Pkt

#### Programmieraufgabe

Schreiben Sie ein Programm zur Lösung des Randwertproblems

$$-y''(t) + ty'(t) = \sin(\pi t)$$

mit den Randbedingungen  $y(0) = y(1) = 0$ .

Verwenden Sie dafür die in Aufgabe 32 entwickelte Diskretisierung und die Schrittweiten  $h = \frac{1}{10}$  und  $h = \frac{1}{100}$ .