Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik
Sekr. MA 8-2 / Frau Schubert

WS 06/07
Ausgabe: 06.02.07
freiwillige
Abgabe: 13.02.07

Albrecht Gündel-vom Hofe
Jose Mendez

15. Übung zur Analysis II

1. Seien $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $h(t) = t^3 + t + 1$ und $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $\quad f(x, y) := h(x) - h(y)$.
   (a) Man zeige: f hat in $M := [-1, 1] \times [-1, 1]$ ein Maximum und ein Minimum.
   (b) Man bestimme die Punkte $\mathbf{p} \in M$, in welchen f maximal bzw. minimal wird.
   (c) Was passiert, wenn man f verallgemeinert zu
   $$f(x, y) := \lambda h(x) + \mu h(y) \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}?$$

   (5 Punkte)

2. Man bestimme und klassifiziere die relativen Extremwerte der Funktion
   $$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = sin(x)cos(y)$$

   (5 Punkte)

3. Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad (n + 1)-$mal stetig differenzierbar auf dem Intervall $(a, a + h), h > 0$.
   Man zeige:
   $$f(a + h) = f(a) + \sum_{i=1}^{n} \frac{f^{(i)}(a)}{i!} h^i + \frac{1}{n!} \int_a^{a+h} f^{(n+1)}(x)(a + h - x)^n dx.$$

   (5 Punkte)

4. (Präsentationsaufgabe) Sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) = xy(\frac{x^2}{3} + 1)$.
   (a) Bestimme die lineare und die quadratische Funktionen, welche mit f bis zur Ordnung eins bzw. zwei in $\mathbf{p} = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^2$ übereinstimmen.
   (b) Bestimme Maxima und Minima von $f(x, y)$ in $M = [-10, 10] \times [-10, 10]$
   (c) Sei $G := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ Bestimme die Maxima und Minima von f auf $G \subset M$ ohne Anwendung von Lagrange-Multiplikatoren.

   (5 Punkte)